MOŽNÉ POSTUPY VÝPOČTU PROCVIČOVACÍCH ÚLOH

k titulu

PŘÍPRAVA NA PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY NA STŘEDNÍ ŠKOLY

MATEMATIKA

vhodné pro žáky 9. ročníku

nakladatelství Nová škola – Duha

1. ČÍSELNÉ VÝRAZY

1. $3 . 9 - 4^2 = 27 - 16 =$ **11**

2. 320 000 : 8 000 = **40 krát**

3. $(17 - 3 . 7)^2 : (-3 - 5) = (17 - 21)^2 : (-8) = (-4)^2 : (-8) = 16 : (-8) =$ **-2 → A**

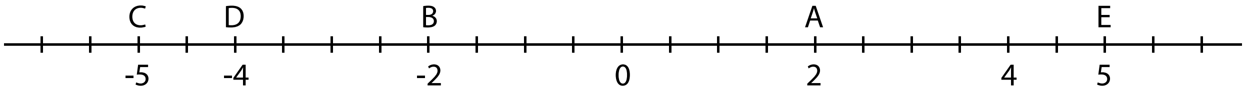
4. **(A)** $21 - 5 \cdot 3 - 24 : 6 = 21 - 15 - 4 =$ **2**

(B) $2 \cdot (16 - 25 : 5) + (-4 \cdot 6) = 2 . (16 - 5) + (-24) = 2 . 11 - 24 = 22 - 24 =$ **-2**

(C) $15 - 2 \cdot 3 - 2 + 3 \cdot (-4) = 15 - 6 - 2 - 12 =$ **-5**

(D) $-2 + 3 \cdot (2 - 3 \cdot 2) + (-5) \cdot (-2) = -2 + 3 . (2 - 6) + 10 = -2 + 3 . (-4) + 10 = -2 - 12 + 10 =$ **-4**

(E) $3 + 2 \cdot (-3) + (-2 - 5) + 3 \cdot [1 - (-4)] = 3 - 6 + (-7) + 3 . [1 + 4] = 3 - 6 - 7 + 3 . 5 = -10 + 15 =$ **5**



5. A = – 1, B = 3, C = –5

5.1 Hodnota výrazu – A – 2B – C je rovna nule. $-(-1) - 2 . 3 - (-5) = 1 - 6 + 5 = 0$ **ANO**

5.2 Hodnota výrazu 3A + B – C je prvočíslo. $3 . (-1) + 3 - (-5) = -3 + 3 + 5 = 5$ **ANO**

5.3 Hodnota výrazu – 2A + C je o 6 menší než hodnota výrazu A · C – B

$-2 . (-1) + (-5) = 2 - 5 = -3$ $(-1) . (-5) - 3 = 5 - 3 = 2$ **NE**

6.

6.1 Součin (násobení) dvojnásobku čísla 5 a rozdílu (odčítání) čísel 12 a 9. **D) $2 \cdot 5 \cdot (12 - 9)$**

6.2 Rozdíl (odčítání) dvojnásobku čísla 5 a součinu (násobení) čísel 12 a 9. **E) $2 . 5 - 12 . 9$**

6.3 Podíl (dělení) dvojnásobku čísla 5 a součtu (sčítání) čísel 12 a 9. **B) $\frac{2 \cdot 5}{12 + 9}$**

7. 8 + 100 = **108, tento součet je dělitelný devíti**, protože ciferný součet tohoto čísla 1 + 0 + 8 = 9 je dělitelný devíti

8. Rozměry kvádru jsou 24 cm, 30 cm a 42 cm, najdeme jejich největšího společného dělitele:

24 = 2 . 2 . 2 . 3

30 = 2 . 3 . 5

42 = 2 . 3 . 7 D(24, 30, 42) = 2 . 3 = **6 cm … délka hrany krychlí**

Jejich počet bude 2 . 2 . 5 . 7 = **140**

9. Jestliže budeme rozdělovat 810 kostek tak, aby žádné kostky nechyběly ani nepřebývaly, musí být jejich počet 810 dělitelný daným počtem děti:

9.1 tři děti číslo 810 je dělitelné třemi (ciferný součet je dělitelný třemi) **ANO**

9.2 osm děti číslo 810 není dělitelné osmi **NE**

9.3 devět děti číslo 810 je dělitelné devíti (ciferný součet je dělitelný devíti) **ANO**

9.4 osmnáct děti číslo 810 je dělitelné osmnácti (je sudé a dělitelné devíti) **ANO**

10. Najdeme všechny dělitele (píšeme je do tabulky, součin dělitelů v jednom sloupci tabulky musí být 144) čísla 144 a z nich vybereme ty dvojciferné

1	2	3	4	6	8	9	12
144	**72**	**48**	**36**	**24**	**18**	**16**	**12**

11.

11.1 Každé číslo, které má ciferný součet dělitelný třemi, je dělitelné šesti. může být liché **NE**

11.2 Každé číslo, které je dělitelné osmi, je násobkem čísla čtyři. musí být dělitelné i 4 **ANO**

11.3 Číslo 128 zvětšené o jeho čtvrtinu je dělitelné pěti. bude to 5/4 ze 128 **ANO**

12. Najdeme všechny dělitele čísla 240 a vybereme ty, které jsou dvojciferné a menší než 50, pak je spočítáme:

1	2	3	4	5	6	8	**10**	**12**	**15**
240	120	80	60	**48**	**40**	**30**	**24**	**20**	**16**

Takových dělitelů je 9. → **C**

13. Číslo 720 rozložíme na součin prvočísel: 720 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 3 . 5

13.1 Kolik různých prvočísel je v tomto rozkladu? 2, 3 a 5, takže **3 → B)**

13.2 Které prvočíslo se v tomto rozkladu vyskytuje právě jednou? **5 → D)**

13.3 Které prvočíslo se v tomto rozkladu vyskytuje nejčastěji? **2 → A)**

14. Ze zadání vyplývá, že počet žáků musí být dělitelný čtyřmi, šesti a osmi a také, že musí být menší než 30: určíme nejmenší společný násobek 4, 6 a 8, což je číslo 24, které je menší než 30
Na kurz jelo **24 žáků**.

15. Z číslic 1, 2 a 4 můžeme sestavit tato čísla: 11, 12, 14, 21, 22, 24, 41, 42 a 44, z toho jsou jen čísla 12, 21, 24 a 42 dělitelná třemi (jejich ciferný součet je dělitelný třemi). Dvojciferná čísla dělitelná třemi můžeme z těchto číslic sestavit **4**.

16. Sportoviště má rozměry 240 a 100 metrů. Rozměr co největších rozestupů mezi stromy zjistíme tak, že určíme největšího společného dělitele rozměrů hřiště:

240 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 5

100 = 2 . 2 . 5 . 5 D(240, 100) = 2 . 2 . 5 = **20 m** … rozestup mezi stromy

Počet stromů: 4 v rozích, na každé delší straně jich bude 11 a na každé kratší straně 4, to je celkem **34 stromů**.

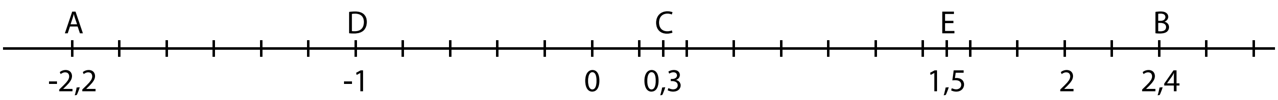
17. **(A)** $3 \cdot 0{,}6 - 2{,}8 : 0{,}7 = 1{,}8 - 4 = \mathbf{-2{,}2}$

(B) $0{,}8 - 0{,}8 \cdot (4{,}5 - 6{,}5) = 0{,}8 - 0{,}8 \,.\, (-2) = 0{,}8 + 1{,}6 = \mathbf{2{,}4}$

(C) $\dfrac{2 - 1{,}25}{2{,}5} = \dfrac{0{,}75}{2{,}5} = \dfrac{75}{250} = \dfrac{3}{10} = \mathbf{0{,}3}$

(D) $(0{,}9 - 2{,}7) : (0{,}94 + 0{,}86) = (-1{,}8) : 1{,}8 = \mathbf{-1}$

(E) $0{,}9 - 3 \cdot [1 - 2 \cdot (1 - 0{,}4)] = 0{,}9 - 3 \,.\, [1 - 2 \cdot 0{,}6] = 0{,}9 - 3 \,.\, [1 - 1{,}2] = 0{,}9 - 3 \,.\, (-0{,}2) = 0{,}9 + 0{,}6 = \mathbf{1{,}5}$



18.

18.1 $\dfrac{3}{4} + \dfrac{6}{7} \cdot \dfrac{28}{18} = \dfrac{3}{4} + \dfrac{1}{1} \cdot \dfrac{4}{3} = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{9+16}{12} = \mathbf{\dfrac{25}{12}}$

18.2 $(3{,}4-1{,}9)\cdot\frac{2}{9}=1{,}5\cdot\frac{2}{9}=\frac{15}{10}\cdot\frac{2}{9}=\frac{3}{2}\cdot\frac{2}{9}=\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{1}{3}}$

18.3 $(1{,}4-2{,}15):\frac{9}{12}-\frac{1}{3}=(-0{,}75)\cdot\frac{12}{9}-\frac{1}{3}=\frac{-3}{4}\cdot\frac{12}{9}-\frac{1}{3}=\frac{-1}{1}\cdot\frac{3}{3}-\frac{1}{3}=\frac{-3}{3}-\frac{1}{3}=\mathbf{\frac{-4}{3}}$

18.4 $\frac{18}{5}:36-\frac{4}{15}:\frac{8}{5}=\frac{18}{5}\cdot\frac{1}{36}-\frac{4}{15}\cdot\frac{5}{8}=\frac{1}{5}\cdot\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{10}-\frac{1}{6}=\frac{3-5}{30}=\frac{-2}{30}=\mathbf{\frac{-1}{15}}$

18.5 $\frac{1}{6}-(1\frac{1}{9}-\frac{5}{6}):(1\frac{1}{8}-1\frac{1}{3})=\frac{1}{6}-(\frac{10}{9}-\frac{5}{6}):(\frac{9}{8}-\frac{4}{3})=\frac{1}{6}-\frac{20-15}{18}:\frac{27-32}{24}=\frac{1}{6}-\frac{5}{18}\cdot\frac{24}{-5}=\frac{1}{6}+\frac{4}{3}=$

$=\frac{1+8}{6}=\frac{9}{6}=\mathbf{\frac{3}{2}}$

19. 3/5 + 2/8 = 34/40 =17/20 → nad vodou vyčnívají 3/20 délky tyče..........................1,5 m

1/20 délky tyče..........................0,5 m

20/20 je délka celé tyče..........................20 . 0,5 = **10 m → B)**

20.

20.1 $\frac{1}{3}-\frac{2}{9}+\boxed{}=\frac{1}{6}$ $\qquad\frac{1}{6}-(\frac{1}{3}-\frac{2}{9})=\frac{1}{6}-\frac{3-2}{9}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}-\frac{1}{9}=\frac{3-2}{18}=\mathbf{\frac{1}{18}}$

20.2 $\frac{15}{14}:\boxed{}=\frac{3}{2}$ $\qquad\frac{15}{14}:\frac{3}{2}=\frac{15}{14}\cdot\frac{2}{3}=\frac{5}{7}\cdot\frac{1}{1}=\mathbf{\frac{5}{7}}$

20.2 $\boxed{}\cdot\frac{9}{15}=1\frac{1}{5}$ $\qquad1\frac{1}{5}:\frac{9}{15}=\frac{6}{5}\cdot\frac{15}{9}=\frac{2}{1}\cdot\frac{3}{3}=\frac{6}{3}=\mathbf{2}$

21. Hana 3/8

Petr..4/5 z 5/8 = 1/2

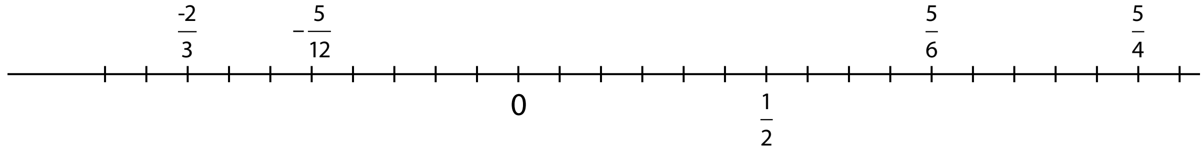
Zbylo ....1 – 3/8 – 1/2 = 8/8 – 3/8 – 4/8 = **1/8**

22.

22.1 $\dfrac{\frac{2}{4}-\frac{5}{2}}{2\frac{1}{2}-1\frac{1}{4}}=\dfrac{\frac{2-10}{4}}{\frac{5}{2}-\frac{5}{4}}=\dfrac{\frac{-8}{4}}{\frac{10-5}{4}}=\dfrac{\frac{-8}{4}}{\frac{5}{4}}=\frac{-8}{4}\cdot\frac{4}{5}=\frac{-8}{1}\cdot\frac{1}{5}=\mathbf{\frac{-8}{5}}$

22.2 $1-\frac{1}{3}:\frac{1}{4}=\frac{1}{1}-\frac{1}{3}\cdot\frac{4}{1}=\frac{3}{3}-\frac{4}{3}=\mathbf{\frac{-1}{3}}$

23. 6 dílků odpovídá 1/2, 12 dílků je 1, 1 dílek odpovídá 1/12



24. **I.** $\frac{-2}{7}\cdot\sqrt{196}-4\cdot5+6\cdot\sqrt{16}=\frac{-2}{7}\cdot14-20+6\cdot4=-4-20+24=\mathbf{0}$

II. $-(-2)^3-(-3)^2+(-1)^0=8-9+1=\mathbf{0}$ **III.** $(-2\cdot3^2)-(-2\cdot3)^2=(-2\cdot9)-(-6)^2=-18-36=\mathbf{-54}$

IV. $\sqrt{25-9}-\sqrt{25}-\sqrt{9}=\sqrt{16}-5-3=4-5-3=\mathbf{-4}$ **Hodnotu nula mají výrazy I. a II. → A)**

25.

25.1 $5\,040 - 5\,028 = 12 \ldots$ **o 12** → **E)**

25.2 $\sqrt{2 \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot 21} = \sqrt{18 + 7} = \sqrt{25} = \mathbf{5}$ → **B)**

25.3 $4\,000 : 400 = \mathbf{10}$ → **D)**

26.

26.1 Druhá mocnina záporného čísla je číslo kladné. $(-a)^2 = (-a) \,.\, (-a) = a$ **ANO**

26.2 Opačné číslo ke kladnému číslu je číslo kladné. **NE**

Opačné číslo ke kladnému číslu je číslo záporné.

26.3 Převrácené číslo k celému číslu je zlomek.

Převrácené číslo k číslu a je $\frac{1}{a}$ **ANO**

27. Obsahy čtverců jsou 64 cm², 144 cm² a 16 cm², délky jejich stran jsou 8 cm, 12 cm a 4 cm.
Tedy $4 \cdot 8 + 5 \cdot 12 + 8 \cdot 4 = 32 + 60 + 32 =$ **124 cm**

28.

a) $\sqrt{169} - (-2)^2 = (-5)^0 + \boxed{}$ $13 - 4 - 1 = \mathbf{8}$

b) $(-2^2) \cdot (-2)^3 = 2 \cdot 3^2 + \boxed{}$ $-4 \cdot (-8) - 2 \cdot 9 = 32 - 18 = \mathbf{14}$

c) $0{,}9^2 - \sqrt{0{,}25} = \sqrt{0{,}09} + \boxed{}$ $0{,}81 - 0{,}5 - 0{,}3 = \mathbf{0{,}01}$

2. ALGEBRAICKÉ VÝRAZY

1.

1.1 $3x \cdot (x - 2) - (1 - 6x) = 3x^2 - 6x - 1 + 6x = \mathbf{3x^2 - 1}$

1.2 $12 - 8 \cdot (2x + 3) - (-5x - 9) = 12 - 16x - 24 + 5x + 9 = \mathbf{-11x - 3}$

1.3 $-2 \cdot (4x + 7) \cdot x + (-3) \cdot (4x - 3x^2) = -8x^2 - 14x - 12x + 9x^2 = \mathbf{x^2 - 26x}$

2.

2.1 trojnásobek čísla x zvětšený o jeho polovinu **3x + 0,5x**

2.2 pětinu součtu čísla x a jeho dvojnásobku $\frac{1}{5}(x + 2x)$, $\mathbf{(x + 2x) : 5}$

2.3 podíl čísel x a 5 zmenšený o jejich součin $\frac{x}{5} - 5x$, $\mathbf{x : 5 - 5x}$

2.4 rozdíl čísel 2x a y zvětšený čtyřikrát $\mathbf{(2x - y) \,.\, 4}$

3. $\mathbf{o = 2 \,.\, (2x + 1) + 2 \,.\, x}$ $\mathbf{S = (2x + 1) \,.\, x}$

$\mathbf{o = 4x + 2 + 2x}$ $\mathbf{S = 2x^2 + x}$

$\mathbf{o = 6x + 2}$

4.

4.1 Hodnota výrazu $x^2 - x^3 + x - 2$ pro $x = -1$ je -3 … $(-1)^2 - (-1)^3 + (-1) - 2 = 1 + 1 - 1 - 2 = -1$ **NE**

4.2 Hodnota výrazu $3ab - a^2 - 4b$ pro $a = 2$ a $b = -2$ je -8 … $3 \cdot 2 \cdot (-2) - 2^2 - 4 \cdot (-2) = -12 - 4 + 8 = -8$ **ANO**

4.3 Hodnota výrazu $5x - 3$ pro $x = 3$ je rovna hodnotě výrazu $3x^2$ pro $x = -2$ … $5 \cdot 3 - 3 = 15 - 3 = 12$

$3 \cdot (-2)^2 = 3 \cdot 4 = 12$ **ANO**

5.

5.1 $(2x - 3) \cdot 5 - 2 \cdot (4x - 7) = 10x - 15 - 8x + 14 = \mathbf{2x - 1}$ → **F)**

5.2 $(3x + 5) \cdot x + (1 - x \cdot x) \cdot 3 = 3x^2 + 5x + 3 - 3x^2 = \mathbf{5x + 3}$ → **A)**

5.3 $(x - 2) \cdot (x + 3) - x^2 = x^2 + 3x - 2x - 6 - x^2 = \mathbf{x - 6}$ → **E)**

5.4 $8 - 3 \cdot (5x + 2) - 6 \cdot (-2x) = 8 - 15x - 6 + 12x = \mathbf{-3x + 2}$ → **C)**

6.

6.1 $6 \cdot (-6 + 1) + 3 \cdot (12 + 1) - 2 \cdot (2 - 6) = 6 \cdot (-5) + 3 \cdot 13 - 2 \cdot (-4) = -30 + 39 + 8 = \mathbf{17}$

6.2 $3x \cdot (2y - z) - y \cdot (6x - z) + 2z \cdot (x + 2y) = 6xy - 3xz - 6xy + yz + 2xz + 4yz = \mathbf{-xz + 5yz}$

7.

7.1 $(2x - 5) \cdot (3x + 4) = 6x^2 + 8x - 15x - 20 = \mathbf{6x^2 - 7x - 20}$

7.2 $(3x + 2) \cdot (-2x + 3y + 10) = -6x^2 + 9xy + 30x - 4x + 6y + 20 = \mathbf{-6x^2 + 9xy + 26x + 6y + 20}$

7.3 $6x^2 - 7x - 20 - 6x^2 + 9xy + 26x + 6y + 20 = \mathbf{19x + 9xy + 6y}$

8.

obvod čtverce je **4x**

obvod obdélníka je také **4x**

obsah čtverce je $\mathbf{x^2}$

obsah obdélníka je $\mathbf{(x + 1) \cdot (x - 1) = x^2 - 1}$

obvody jsou shodné **ANO**

obsah obdélníku je $x^2 - 1$ **NE**

obsah čtverce je o 1 cm^2 větší než obsah obdélníku **ANO**

9.

9.1 $2x + 2x + 2x + 2x = \mathbf{8x}$ → **A)**

9.2 $4x^3 + x - 2x^2 = \mathbf{x \cdot (4x^2 - 2x + 1)}$ → **C)**

9.3 $x^2 - 64 = \mathbf{(x - 8) \cdot (x + 8)}$ → **C)**

9.4 $4x^2 - 4x + 1 = \mathbf{(2x - 1)^2}$ → **B)**

10.

A) $25x^3 - 5x^2 = \mathbf{5x^2 \cdot (5x - 1)}$

B) $25x^2 - 1 = \mathbf{(5x + 1) \cdot (5x - 1)}$

C) $25x^2 - 10x + 1 = \mathbf{(5x - 1)^2}$

11.

11.1 $\boxed{} + (3a-2b)^2 = 9a^2 - 8ab + 4b^2$

$9a^2 - 8ab + 4b^2 - (9a^2 - 12ab + 4b^2) = 9a^2 - 8ab + 4b^2 - 9a^2 + 12ab - 4b^2 = \mathbf{4ab}$

11.2 $(2a-3)\cdot(-5+4a) = 8a^2 - \boxed{} + 15$

$8a^2 + 15 - (2a-3)\cdot(-5+4a) = 8a^2 + 15 - (-10a + 8a^2 + 15 - 12a) = 8a^2 + 15 + 10a - 8a^2 - 15 + 12a) = \mathbf{22a}$

11.3 $(\boxed{})^2 = 36a^2 - 24ab + 4b^2$

$36a^2 - 24ab + 4b^2 = (6a-2b)^2$ nebo $(-6a+2b)^2$ → **doplníme 6a – 2b nebo – 6a + 2b**

12. $2a\cdot(3b-2) + 4\cdot(2a-5b) - b\cdot(7+2b)$

12.1 $0\cdot(3b-2) + 4\cdot(0-5b) - b\cdot(7+2b) = -20b - 7b - 2b^2 = \mathbf{-2b^2 - 27b}$

12.2 $2a\cdot(-3-2) + 4\cdot(2a+5) + 1\cdot(7-2) = 2a\cdot(-5) + 8a + 20 + 5 = \mathbf{-10a + 8a + 25 = -2a + 25}$

12.3 $-6\cdot(3-2) + 4\cdot(-6-5) - 1\cdot(7+2) = -6\cdot1 + 4\cdot(-11) - 1\cdot9 = -6 - 44 - 9 = \mathbf{-59}$

13. hrany kvádru jsou x, x a x + 4

13.1 $V = x\cdot x\cdot(x+4)$, $V = x^2\cdot(x+4)$, $\mathbf{V = x^3 + 4x^2}$

13.2 pokud má nejdelší hrana 12 cm, zbývající dvě mají každá délku 8 cm, potom: $\mathbf{V = 8\cdot8\cdot12}$**,** $\mathbf{V = 768\ cm^3}$

14. závorky odstraníme pomocí užití vzorců: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, $(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$

A) $(0{,}5x-4)^2 = 0{,}25x^2 - 4x + 16$

B) $\left(\frac{2x}{3}+6\right)\cdot\left(\frac{2x}{3}-6\right) = \frac{4x^2}{9} - 36$

C) $(-5x-0{,}2y)^2 = 25x^2 + 2xy + 0{,}04y^2$

D) $\left(6x+\frac{1}{2}\right)^2 = 36x^2 + 6x + \frac{1}{4}$

15.

15.1 první zkumavka.......... $\frac{1}{4}a$

15.2 druhá zkumavka......... $\frac{2}{3}$ ze $\frac{3}{4}a = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}a = \frac{1}{2}a$

třetí zkumavka ....6 ml

15.3 celkem acetonu ....a

V první a druhé zkumavce bylo celkem ¾ acetonu, proto ve třetí ho bylo ¼ což víme, že je 6 ml.
Z toho plyne, že celkem bylo 4 . 6 ml acetonu = **24 ml acetonu**.

Nebo řešíme rovnicí $\frac{1}{4}a + \frac{1}{2}a + 6 = a$

16. součet 5x + 2 + 3 – 2x = 3x + 5 rozdíl 5x + 2 – (3 – 2x) = 5x + 2 – 3 + 2x = 7x – 1

3x + 5 + 7x – 1 = **10x + 4**

17.

počet řad.........................x stromků v řadě ....y výnos z 1 stromku..........................20 Kg

výnos z celého sadu $20\cdot x\cdot y$ = **20xy → D)**

18.

dědeček............................**b + 5**

babička ....b

maminka .... $\frac{2}{3}b$

tatínek............................ $\boldsymbol{\frac{2}{3}b+2}$

Jakub .... $\frac{1}{3}b$

Tereza .... $\boldsymbol{\frac{1}{3}b-7}$

dědeček	babička	tatínek	maminka	Jakub	Tereza
71	66	46	44	22	15

19.

19.1 $(-10+9)^2 = (-1)^2 = 1$ **NE**

19.2 $(0 + 3b)^2 = (3b)^2 = 9b^2$ **ANO**

19.3 $(-3b - 5a) . (-3b - 5a) = 9b^2 + 15ab + 15ab + 25a^2 = 9b^2 + 30ab + 25a^2$ **ANO**

19.4 $(5a + 3b)^2 = 25a^2 + 30ab + 9b^2$ **NE**

3. LINEÁRNÍ ROVNICE

1.

1.1

$5x = 3x - 1 + 2x$

$5x = 5x - 1$

$5x - 5x = -1$

$0 \neq -1$ … nemá řešení → E)

1.2

$0{,}4x + 8 = 2 \cdot (5 - 0{,}3x)$

$0{,}4x + 8 = 10 - 0{,}6x$

$0{,}4x + 0{,}6x = 10 - 8$

$x = 2$ → C)

1.3

$11 - 7 \cdot (1 - x) = 2x - (-4 - 5x)$

$11 - 7 + 7x = 2x + 4 + 5x$

$4 + 7x = 7x + 4$

$7x - 7x = 4 - 4$

$0 = 0$ … nekonečně mnoho řešení → F)

1.4

$0{,}3 \cdot (3x - 2) = ½ \cdot (5x + 4) + 0{,}6$ **/.10**

$3 . (3x - 2) = 5 . (5x + 4) + 6$

$9x - 6 = 25x + 20 + 6$

$9x - 25x = 26 + 6$

$-16x = 32$

$x = -2$ → A)

2.

2.1

$3{,}2 - 1{,}2x + 1 = 0{,}07 - \frac{x}{2} + 0{,}63$ **/.10**

$32 - 12x + 10 = 0{,}7 - 5x + 6{,}3$

$42 - 12x = 7 - 5x$

$-12x + 5x = 7 - 42$

$-7x = -35$

$x = 5$

2.2

$\frac{2}{3} \cdot (2x - 3) + 1 = \frac{1}{2} \cdot x - \frac{5}{6}$ **/.6**

$4 . (2x - 3) + 6 = 3x - 5$

$8x - 12 + 6 = 3x - 5$

$8x - 3x = -5 + 12 - 6$

$5x = 1$

$x = 1/5$

3.

$$10x + 3 - 4\cdot(x + 8) = 6x - 29$$
$$10x + 3 - 4x - 32 = 6x - 29$$
$$6x - 29 = 6x - 29$$
$$6x - 6x = -29 + 29$$

0 = 0 … řešením rovnice jsou všechna reálná čísla → D)

4.

I. $\frac{3}{4}\cdot(x+2)=\frac{x}{6}-\frac{10}{12}$ **/.12**

$$9\cdot(x+2)=2x-10$$
$$9x+18=2x-10$$
$$9x-2x=-10-18$$
$$7x=-28$$
$$\mathbf{x=-4}$$

II. $(x-3)\cdot(x-2)+x=x^2-6$

$$x^2-2x-3x+6+x=x^2-6$$
$$x^2-x^2-4x+6=-6$$
$$-4x=-6-6$$
$$-4x=-12$$
$$\mathbf{x=3}$$

III. $(2x+1)\cdot\frac{1}{5}=-3{,}9-\frac{x-1}{2}$ **/.10**

$$(2x+1)\cdot 2=-39-5\cdot(x-1)$$
$$4x+2=-39-5x+5$$
$$4x+5x=-34-2$$
$$9x=-36$$
$$\mathbf{x=-4}$$

IV. $(x-2)\cdot(x+2)+x-1=(x-3)^2$

$$x^2-4+x-1=x^2-6x+9$$
$$x^2-x^2+x+6x-5=9$$
$$7x=9+5$$
$$7x=14$$
$$\mathbf{x=2}$$

4.1	rovnice I. a III. mají stejné kořeny (řešení)	**ANO**
4.2	řešením rovnic II. a IV. jsou prvočísla	**ANO**
4.3	řešení rovnice I. je o 7 menší než řešení rovnice IV.	**NE**

5.

úhel γ … x

úhel β … $x-20$

úhel α … $(2x-20):2=x-10$

v každém trojúhelníku je součet vnitřních úhlů 180°, sestavíme rovnici:

$$x+x-20+x-10=180$$
$$3x-30=180$$
$$3x=180+30$$
$$3x=210$$

$x=70$ … $\beta=50°$ … $\alpha=60°$ … **součet $\boldsymbol{\alpha+\beta=110°}$ → B)**

6.

babička .... 56 .... za x let .... 56 + x

1. vnučka .... 8 .... za x let .... 8 + x

2. vnučka .... 7 .... za x let .... 7 + x

3. vnučka .... 5 .... za x let .... 5 + x

sestavíme rovnici $56+x=8+x+7+x+5+x$

$$56+x=20+3x$$
$$-3x+x=20-56$$
$$-2x=-36$$
$x=18\ldots$ **Za 18 let.**

7.

$$\frac{1}{5}\cdot(3+5x)-\frac{1}{2}\cdot(2x-7)=-1 \quad \mathbf{/.10}$$
$$2\cdot(3+5x)-5\cdot(2x-7)=-10$$
$$6+10x-10x+35=-10$$
41 ≠ –10 nemá řešení

$$\frac{3x-10}{3}-\frac{2x-13}{6}=\frac{x}{2}-\frac{1}{3} \quad \mathbf{/.6}$$
$$2\cdot(3x-10)-(2x-13)=3x-2$$
$$6x-20-2x+13=3x-2$$
$$4x-3x-7=-2$$
$$x=-2+7$$
$$\mathbf{x=5}$$

8.

8.1 $V=\pi r^2 v \rightarrow v=\dfrac{V}{\pi r^2}$

8.2 $V=\pi r^2 v \rightarrow r^2=\dfrac{V}{\pi v} \rightarrow r=\sqrt{\dfrac{V}{\pi v}}$

9.

9.1 $S=\dfrac{(a+c)\cdot v}{2} \rightarrow 2S=(a+c)\cdot v \rightarrow v=\dfrac{2S}{a+c}$

9.2 $S=\dfrac{(a+c)\cdot v}{2} \rightarrow 2S=(a+c)\cdot v \rightarrow a+c=\dfrac{2S}{v} \rightarrow a=\dfrac{2S}{v}-c$

10.

přivezli x

1. den .... $\frac{1}{2}x$

2. den .... $\frac{4}{5}$ z $\frac{1}{2}x=\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{2}x=\frac{2}{5}x$

3. den 80

$$\frac{1}{2}x+\frac{2}{5}x+80=x \quad \mathbf{/.10}$$
$$5x+4x+800=10x$$
$$9x-10x=-800$$
$$-x=-800$$
x = 800 tun uhlí

11.

chlapců x

děvčat 3x

celkem .... 24 → $x + 3x = 24$ → $4x = 24$ → $x = 6$

děvčat bylo 18, chlapců 6

12. Děti se vydaly s turistickým oddílem na třídenní výlet. První den ušly o 10 % kilometrů více než druhý den, třetí den třetinu kilometrů z toho, co první a druhý den dohromady. Celkem ušly 56 kilometrů.

1. den 1,1x

2. den x

3. den .... 1/3 z $2{,}1x = \frac{1}{3} \cdot \frac{21}{10} x = 0{,}7x$

celkem.....................56

$1{,}1x + x + 0{,}7x = 56$ **/.10**

$11x + 10x + 7x = 560$

$28x = 560$

x = 20 … 1. den 22 km, 3. den 14 km

13.

tříčlenná družstva .... x .... počet dětí na nich 3x

čtyřčlenná družstva .... 50 – x .... počet dětí na nich .... $4 \cdot (50 - x) = 200 - 4x$

celkem 178

$3x + 200 - 4x = 178$

$-x = 178 - 200$

$-x = -22$

$x = 22$ .... čtyřčlených družstev bylo **28 → E)**

nebo můžeme řešit soustavou dvou lineárních rovnic o dvou neznámých:

tříčlenná družstva .... x 3x

čtyřčlenná družstva .... y 4y

celkem 50 178

$x + y = 50$ /.(–3)

$3x + 4y = 178$

$-3x - 3y = -150$

$3x + 4y = 178$

y = 28 .... $x = 22$

14.

14.1 černý rybíz 0,35x

červený rybíz .... $\frac{2}{5}x$

bílý rybíz 10

celkem x

$$0{,}35x + \frac{2}{5}x + 10 = x \;/.100$$
$$35x + 40x + 1000 = 100x$$
$$75x - 100x = -1000$$
$$-25x = -1000$$
x = 40 rybízových keřů → E)

14.2 Jana 1,5x

Petra .... x + 12

Romana x

celkem 117

$$1{,}5x + x + 12 + x = 117$$
$$3{,}5x = 117 - 12$$
$$3{,}5x = 105$$
x = 30 .... Jana o polovinu více .... **45 Kč → F)**

14.3 Obvod obdélníku je 132 cm. Jedna jeho strana je o šestinu kratší než druhá.

obvod 132

kratší strana .... $\frac{5}{6}x$

delší strana x

$$2 \cdot \frac{5}{6}x + 2x = 132 \;/.6$$
$$10x + 12x = 792$$
$$22x = 792$$
x = 36 .... délka delší strany → D)

4. PROCENTA

1.

1.1	jeho 170 %	1,7	→ **F)**
1.2	jeho 70 %	0,7	→ **C)**
1.3	číslo o 17 % větší	1,17	→ **E)**
1.4	číslo o 23 % menší	0,77	→ **D)**

2. vadných součástek .... 2 %

2.1 součástek .... 3 000, 1 % .... 30, 2 % ..... **60 součástek** bude pravděpodobně vadných

2.2 4 900 funkčních .... 98 %, 1 % .... 4 900 : 98 = 50, 100 % ..... **5 000 součástek**

3. 1,3x = 364 → x = 364 : 1,3 → x = **280**

4. 0,65x = 585 → x = 585 : 0,65 → x = 900, 17 % z 900 = 0,17 · 900 = **153**

5. 30 % je 240 → 1 % je 240 : 30 = 8 neznámé číslo je **800**

6. 42 % – 36 % = 6 % .... 21 → 1 % .... 3,5 → neznámé číslo je **350**

7. 70 % je 10 500 → 1 % ... 10 500 : 70 = 150 → původní cena pračky je **15 000 Kč**

8. celkem 60

červených .... 15 % .... 15 · 0,6 = 9

zelených .... 20 % .... 20 · 0,6 = 12

modrých .... 30 % .... 30 · 0,6 = 18

žlutých .... 60 – 9 – 12 – 18 = **21**

nebo: 100 % je 60, 15 % + 20 % + 30 % = 65 %, takže žlutých je 100 % – 65 % = 35 %
stačí tedy vypočítat 35 % ze 60 = **21** → **C)**

9. 30 % + 40 % + 4 % = 74 %, takže modrých aut tam stojí 100 % – 74 % = 26 % což je 39, 1 % ...... 39 : 26 = 1,5 →
→ 100 % ...... **150 aut** → **C)**

10. 2,5 a = 250 m², zastavěná plocha je 6 . 8 m² = 48 m², není zastavěno: 250 m² – 48 m² = 202 m²,
spočítáme kolik procent je 202 z 250 : 1 % ...... 2,5, 202 : 2,5 = **80,8 % což je více než 80 %** → **E)**

11.

11.1 0,5 kg jogurtu, 0,5 kg = 500 g ...... 100 %, 1 % ...... 5 g, 3,5 % ...... 3,5 · 5 g = **17,5 g**

11.2 200 g jogurtu, 100 % ...... 200 g, 1 % ...... 2 g, 3,5 % ... 3,5 · 2 g = **7 g**

12. zákazníků .... 120 .... 100 %

pračku koupilo .... 35 % .... 35 · 1,2 = 42 zákazníků

sušičku koupilo .... 30 % .... 30 · 1,2 = 36 zákazníků

jen pračku koupilo 42 – 16 = 26 zákazníků, jen sušičku 36 – 16 = 20 zákazníků, 16 zákazníků koupilo pračku i sušičku → ani pračku, ani sušičku nekoupilo 120 – 26 – 20 – 16 = **58 zákazníků** → **A)**

13. 40 % ze 48 000 Kč = 40 · 480 Kč = 19 200 Kč, z toho museli zaplatit storno poplatek 10 %,
vypočítáme 10 % z 19 200 Kč = **1 920 Kč**

14.

Helena .... **1,1x** (o 10% více znamená že 110 % = 1,1)

Petr x

Jana .... 0,8 . 1,1x = **0,88x** (o 20 % méně než Helena, tedy 80 % z 1,1x = 0,8 . 1,1x)

1,1x + x + 0,88x = 10 430

2,98x = 10 430

x = **3 500 Kč naspořil Petr**

15.

15.1 100 % ... 2 500 m, 1 % ... 25 m, 8 % ... 8 . 25 m = 200 m → **NE**

15.1 100 % ... 4 000 m, 1 % ... 40 m, 5 % ... 5 . 40 m = 200 m → **ANO**

15.1 100 % ... 5 000 m, 1 % ... 50 m, 6 % ... 6 . 50 m = 300 m,
11 % ... 11 . 50 m = 550 m, rozdíl v převýšení je 550 m – 300 m = 250 m → **ANO**

16.

16.1 25 % vody … 19 kg – 14,4 kg = 4,6 kg → ve kbelíku bylo původně 100 % vody, což je 4 . 4,6 kg = **18,4 kg vody**

16.2 hmotnost kbelíku je 19 kg – 18,4 kg = **0,6 kg**

17. Původní cena pracovního sešitu do matematiky byla 120 Kč. Protože je škola kupovala všem žákům devátých tříd (9. A a 9. B) dohromady, získali na něj slevu 15 %. Všichni žáci tak zaplatili za pracovní sešit celkem o 756 Kč méně.

17.1 sleva 15 % ze 120 Kč = 15 . 1,2 Kč = **18 Kč** → **B)**

17.2 celková sleva 756 Kč, 756 : 18 = **42 žáků** → **F)**

17.3 9.A …1,1x (o 10 % více než v 9.B)

9.B … x

1,1x + x = 42

2,1x = 42

x = 20 … v 9.A o 10 % více … **22 žáků** → **D)**

5. SLOVNÍ ÚLOHY

1.

	počet prodaných vstupenek	**tržba (Kč)**
pátek		60 480,-
sobota	570	
neděle		58 320,-

Celkem prodali 1 560 vstupenek → v pátek a v neděli jich celkem prodali 1 560 – 570 = 990 a utržili za ně 60 480 Kč + 58 320 Kč = 118 800 Kč → jedna vstupenka stojí 118 800 Kč : 990 = 120 Kč

1.1 v pátek prodali 60 480 : 120 = 504 vstupenek, 100 % … 1 560, 1 % … 15,6, 504 : 15,6 = = zaokrouhleně 32 % → **NE**

1.2 v neděli prodali 58 320 : 120 = 486 vstupenek, takže v sobotu prodali o 84 vstupenek více než v neděli → **NE**

1.3 sobotní tržba byla 570 . 120 Kč = 68 400 Kč, což je o 7 920 Kč více → **ANO**

2.

2.1 Můžeme řešit trojčlenkou, jedná se o přímou úměrnost (kolikrát delší bude jeho krok, tolikrát delší vzdálenost ujde za stejnou dobu)

↑ délka kroku 80 cm .... vzdálenost 6 km ↑
délka kroku x (cm) .... vzdálenost 4,8 km

x : 80 = 4,8 : 6

$$x = \frac{4{,}8}{6} \,.\, 80$$

$$x = \frac{48}{60} \cdot \frac{80}{1} = \frac{8}{1} \cdot \frac{8}{1} =$$ **64 cm … průměrná délka Petrova kroku** → **F)**

2.2 Můžeme opět řešit trojčlenkou (přímá úměrnost – kolikrát více minut, tolikrát větší úhel opíše), nebo: za 30 minut opíše 180° → za 1 minutu opíše 180°: 30 = 6° → 192°: 6°= **32 minut** → **D)**

2.3 Kolikrát více otvory se bude bazén plnit, tím bude doba jeho naplnění kratší → nepřímá úměrnost:

5 otvorů .... 12 hodin

2 otvory .... x hodin

x : 12 = 5 : 2

$$x = \frac{5}{2} \cdot 12 \ldots x = \mathbf{30\ hodin} \rightarrow \mathbf{C)}$$

2.4 Kolikrát větší je počet zubů, tolikrát méně otáček vykoná → nepřímá úměrnost:

36 zubů .... 14 otáček

21 zubů .... x otáček

x : 14 = 36 : 21

$$x = \frac{36}{21} \cdot 14 \ldots x = \mathbf{24\ otáček} \rightarrow \mathbf{B)}$$

3. Pokud by zedníci neonemocněli, zvládli by zbytek zdi postavit za 4 dny, vypočítáme, pomocí trojčlenky (nepřímá úměrnost – kolikrát více zedníků bude pracovat, tolikrát méně času to bude trvat), jak dlouho by zbytek práce dělali dva zedníci:

4 zedníci .... 4 dny

2 zedníci .... x dnů

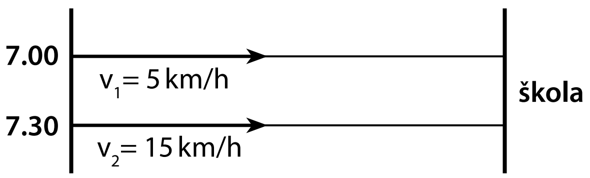
x : 4 = 4 : 2

x : 4 = 2

x = 8 + 4 dny, kdy ještě pracovali všichni … **12 dnů**

nebo úvahou – pokud pracovala jen polovina dělníků, práce jim trvala dvakrát tak dlouho – místo 4 dnů by to bylo 8 dnů + 4 dny, kdy pracovali všichni.

4.



Do školy vždy dorazí zároveň, proto:

$t_1 = x$ (Vojtův čas)

$t_2 = x - 0{,}5$ (Adamův čas)

Z obrázku je zřejmé, že oba mají do školy stejnou vzdálenost $s_1 = s_2$, vyjádříme tedy (pomocí vzorce $s = v \cdot t$) jejich vzdálenosti, které urazí:

Vojtova dráha $s_1 = 5 \cdot x$ Adamova dráha $s_2 = 15 \cdot (x - 0{,}5)$

zapíšeme a vyřešíme rovnici $5x = 15 \cdot (x - 0{,}5)$

$$5x = 15x - 7{,}5$$

$$5x - 15x = -7{,}5$$

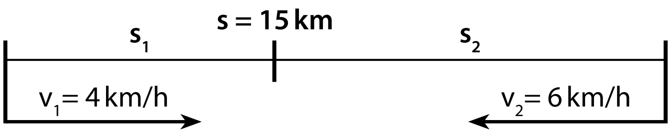
$$-10x = -7{,}5$$

x = 0,75 h = 45 minut … do školy dorazí **v 7.45 hod.**

$s_1 = 5 \cdot 0{,}75 =$ **3,75 km** … vzdálenost do školy

5. Jeho plán byl jet průměrnou rychlostí 24 km/h po dobu 1,5 hodiny, plánovaná trasa tedy měřila 24 · 1,5 = 36 km. Než se mu porouchalo kolo ujel 24 km, takže zbytek, 12 km, musel jít pěšky. Šel průměrnou rychlostí 6 km/h, trvalo mu to tedy 12 : 6 = 2 hodiny. Pokud vyjel v 13:45 hod, 1 hodinu jel na kole, 10 minut odpočíval a 2 hodiny šel pěšky, dorazil do cíle v **16:55 hod.** → **D)**

6.



oba chodci vyrážejí ve stejnou dobu, oba půjdou stejně dlouho, proto $t_1 = t_2 = x$

vyjádříme dráhy obou chodců ($s = v \cdot t$): $s_1 = 4 \cdot x$ $\quad s_2 = 6 \cdot x$

každý z chodců ujde část z celkové dráhy 15 km (viz obrázek):

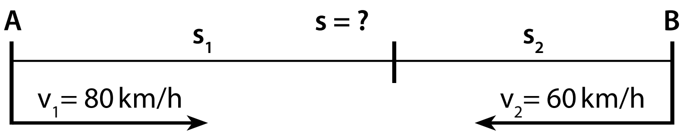
$4x + 6x = 15$

$10x = 15$

$x = 1{,}5$ h … **potkají se za 1,5 h**

pomalejší chodec jde průměrnou rychlostí 4 km/h po dobu 1,5 hodiny, ujde vzdálenost $4 \cdot 1{,}5 =$ **6 km**

7.

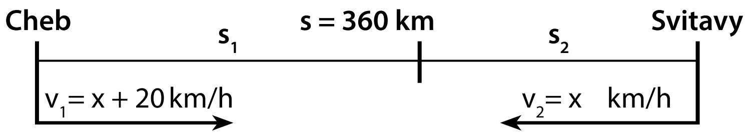


Jestliže se potkali za 45 minut = ¾ hodiny, stačí vypočítat, jakou vzdálenost za tuto dobu každý z nich ujel a tyto vzdálenosti sečíst: $s_1 = 80 \cdot \frac{3}{4}$ $\quad s_2 = 60 \cdot \frac{3}{4}$

$s_1 = 60$ km $\quad s_2 = 45$ km

$s = s_1 + s_2$ … $s = 60$ km + 45 km = **105 km → D)**

8.



setkali se za 90 minut = 1,5 hodiny, součet jejich ujetých drah je 360 km, tyto dráhy vyjádříme:

$s_1 = (x + 20) \cdot 1{,}5$ $\quad s_2 = x \cdot 1{,}5$

$(x + 20) \cdot 1{,}5 + x \cdot 1{,}5 = 360$

$1{,}5x + 30 + 1{,}5x = 360$

$3x = 360 - 30$

$3x = 330$

$x =$ **110 km/h** … Jirkova rychlost,

Tomášova je o 20 km/h větší … **130 km/h**

9.

lidé .... x .... nohou 2x

psi .... y .... nohou 4y

celkem 27 78

$x + y = 27$ /. (–2)

$\underline{2x + 4y = 78}$

$-2x - 2y = -54$

$\underline{2x + 4y = 78}$

$2y = 24$

$y =$ **12 … psi**, $27 - 12 =$ **15 … lidé**

nebo lidé .... x .... nohou 2x

psi .... 27 – x ..... nohou .... 4 . (27 – x)

celkem nohou 78

$2x + 4 \,.\, (27 - x) = 78$

$2x + 108 - 4x = 78$

$-2x = 78 - 108$

$-2x = -30$

$x =$ **15 … lidé**

$27 - 15 =$ **12 … psi**

10.

10.1

60 %	+	10 %	→	x %
12 litrů		**8 litrů**		**20 litrů**

množství vzniklého roztoku bude 20 litrů; pro zjištění, kolik % bude mít vzniklý roztok, použijeme rovnici: $60 \cdot 12 + 10 \cdot 8 = x \cdot 20$

$720 + 80 = 20x$

$800 = 20x$

$x =$ **40 % → F)**

10.2 bílé růže .... 40 Kč .... x kusů

červené růže .... 45 Kč .... 21 – x kusů

celkem .... 930 Kč

$40x + 45 \cdot (21 - x) = 930$

$40x + 945 - 45x = 930$

$-5x = 930 - 945$

$-5x = -15 \ldots x = 3$ → $21 - 3 =$ **18 červených růží → B)**

10.3

30 %	+	60 %	→	50 %
10 litrů		**x litrů**		**x + 10 litrů**

po přidání x litrů 60 % roztoku, získáme x + 10 litrů 50 % roztoku řešíme rovnici:

$30 \cdot 10 + 60 \cdot x = 50 \cdot (x + 10)$

$300 + 60x = 50x + 500$

$60x - 50x = 500 - 300$

$10x = 200$

$x =$ **20 litrů → C)**

11.

Tomáš .... za 1 den .... $\frac{1}{90}$ ceny .... za x dnů .... $\frac{x}{90}$

Alena .... za 1 den .... $\frac{1}{180}$ ceny .... za x dnů .... $\frac{x}{180}$

11.1 Tomáš bude mít našetřeno za 90 dnů, což je polovina ze 180 dnů, tedy dvakrát rychleji, což je dvakrát větší částka → **NE**

11.2 za 9 dnů našetří Tomáš $\frac{9}{90} = \frac{1}{10}$ tj. 10 % a Alena $\frac{9}{180} = \frac{1}{20}$ tj. 5 %, celkem **15 % → ANO**

11.3 za kolik dnů si našetří společně na počítač, zjistíme vyřešením rovnice:

$\frac{x}{90} + \frac{x}{180} = 1$ /. 180

$2x + x = 180$

$3x = 180$

$x =$ **60 dnů → ANO**

12. švadlena .... za 12 dnů .... za 1 den .... $\frac{1}{12}$ .... za x dnů ..... $\frac{x}{12}$

pomocnice .... za 18 dnů .... za 1 den .... $\frac{1}{18}$ .... za x dnů ..... $\frac{x}{18}$

dva dny pracuje jen švadlena, udělá $\frac{2}{12}$ zakázky, potom pracují obě společně po dobu x dnů; sestavíme rovnici:

$\frac{2}{12} + \frac{x}{12} + \frac{x}{18} = 1$ /. 36

$6 + 3x + 2x = 36$

$5x = 36 - 6$

$5x = 30$

$x = 6$ … + 2 dny, kdy pracovala švadlena sama … **8 dnů → D)**

6. POMĚR

1.

1.1 $1{,}8 : 2{,}7 =$ /.10

$= 18 : 27 =$ /:9

$=$ **2** : 3

1.2 $0{,}32 : 4 : 0{,}8 =$ /.100

$= 32 : 400 : 80 =$ /:8

$= 4 : 50 : 10 =$ /: 2

$= 2 :$ **25** : 5

2. Součet všech vnitřních úhlu trojúhelníka je 180°, rozdělíme je v poměru 2 : 3 : 4 … 9 dílů

9 dílů je 180°, 1 díl je 180°: 9 = 20°, největší je ten, který představuje nejvíce dílů:

4 díly jsou 4 · 20° = **80°** (2 díly jsou 2 · 20°= 40°, 3 díly jsou 3 · 20°= 60°)

3. rozměr 27 cm se má zmenšit na 6 cm … 6 : 27 = 2 : 9

pro kontrolu druhý rozměr ze 45 cm na 10 cm … 10 : 45 = **2 : 9 → C)**

4. obvod obdélníku je 840 mm = 84 cm, jeho strany jsou v poměru 5 : 9

součet stran a + b = 42 cm (plyne to z obvodu), jsou v poměru 5 : 9 … 14 dílů, 14 dílů je 42 cm,

1 díl je 42 cm : 14 = 3 cm, 5 dílů je 5 · 3 cm = **15 cm … délka kratší strany**

9 dílů je 9 · 3 cm = 27 cm … **délka delší strany je o 12 cm delší než kratší strana**

$S = a \cdot b$

$S = 15 \cdot 27$

$\mathbf{S = 405\ cm^2}$

5. barva : vodě = 2 : 3 … 15 : ? … poměr musíme rozšířit číslem 7,5 … 3 · 7,5 = **22,5 l vody → E)**

6.

sešit	:	pastelky	:	pouzdro	
1	:	6			poměry sloučíme
		1	:	4 /.6	
1	:	6			
		6	:	24	**cena sešitu a pouzdra jsou v poměru 1 : 24**
1	:	6	:	24	→ v tomto poměru rozdělíme 372 Kč … 31 dílů

31 dílů je 372 Kč, 1 díl je 372 Kč : 31 = 12 Kč … cena sešitu,

6 dílů je 6 · 12 Kč = **72 Kč … cena pastelek**, 24 dílů je 24 · 12 Kč = **288 Kč … cena pouzdra**

7. Petr … 18 hodin, Martin … o 4 hodiny déle … 22 hodin   celkem 1 600 Kč

poměr Petr : Martin = 18 : 22 = 9 : 11 → **ANO**

1 600 Kč rozdělíme v poměru 9 : 11 … 20 dílů

20 dílů je 1 600 Kč, 1 díl je 1 600 Kč : 20 = 80 Kč, 9 dílů je 9 · 80 Kč = 720 Kč … dostal Petr,

11 dílů je 11 · 80 Kč = 880 Kč … dostal Martin → **NE**

Martin dostal o 160 Kč více než Petr? … 880 Kč – 720 Kč = 160 Kč → **ANO**

8. 3,2 : 4 : 5,6 = 32 : 40 : 56 = 4 : 5 : 7 … nejkratší (4 díly) měří 16 cm, 1 díl je 16 cm : 4 = 4 cm,

obvod představuje 4 + 5 + 7 dílů = 16 dílů, 16 dílů je 16 · 4 cm = **64 cm** → **D)**

9. na výkresu .... 225 mm

ve skutečnosti .... 1,5 cm = 15 mm

měřítko .... výkres : skutečnost .... 225 mm : 15 mm

225 : 15 = 45 : 3 = **15 : 1** → **D)**

10.

MAPA A – 1 : 240 000 **vzdálenost na mapě A je 8 cm** měřítko: **1 cm** na mapě je 240 000 cm = **2,4 km** ve skutečnosti skutečná vzdálenost 8 · 2,4 km = **19,2 km**	MAPA B – 1 : 40 000 **vzdálenost na mapě B je 52 mm = 5,2 cm** měřítko: **1 cm** na mapě je 40 000 cm = **0,4 km** ve skutečnosti skutečná vzdálenost 5,2 . 0,4 km = **2,08 km**

2,4 km : 0,4 km = 6 → **ANO**

19,2 km – 2,08 km = 17,12 → **NE**

19,2 km + 2,08 km = 21,28 → **NE**

11. skutečná délka .... 40 metrů

11.1 s měřítkem 1 : 10   40 m : 10 = 4 m = **40 dm** → **B)**

11.2 s měřítkem 1 : 25   40 m : 25 = 1,6 m = **16 dm** → **A)**

11.3 s měřítkem 3 : 1   40 m . 3 = **120 m** → **E)**

12. měřítko .... 1 : 200 000

délka cesty na mapě .... 35 mm

1 mm na mapě je 200 000 mm = 200 m ve skutečnosti,

35 mm na mapě je 35 . 200 m = **7 000 m = 7 km** … skutečná délka cesty

měřítko .... 1 : 500 000

1 cm na mapě je 500 000 cm = 5 km ve skutečnosti

7 km : 5 km = **1,4 cm = 14 mm**

13. 8 cm na mapě je ve skutečnosti 4 km = 400 000 cm

8 : 400 000 = **1 : 50 000** → **C)**

7. ZÁVISLOSTI, VZTAHY A PRÁCE S DATY

1. $y = -3x + 2$

x	-2	-1	1	3	4
y	8	5	-1	-7	-10

postupně budeme do zadané rovnice dosazovat za x nebo y:

pro $x = -2 : y = -3 \cdot (-2) + 2$, $\quad y = 6 + 2$, $\mathbf{y = 8}$

pro $y = 5 : 5 = -3x + 2$, $3x = 2 - 5$, $\quad 3x = -3$, $\quad \mathbf{x = -1}$

pro $x = 1 : y = -3 \cdot 1 + 2$, $y = -3 + 2$, $\quad \mathbf{y = -1}$

pro $x = 3 : y = -3 \cdot 3 + 2$, $\quad y = -9 + 2$, $\quad \mathbf{y = -7}$

pro $y = -10 : -10 = -3x + 2$, $\quad 3x = 2 + 10$, $\quad 3x = 12$, $\quad \mathbf{x = 4}$

2. grafem přímé úměrnosti je přímka, musí být rostoucí
(kolikrát větší je hodnota x, tolikrát větší je hodnota y) → **B)**

3. Pokud pojedeme průměrnou rychlostí 90 km/h, bude cesta autem z Ostravy do Havlíčkova Brodu trvat 3 hodiny

3.1

průměrná rychlost [km/h]	**30**	**45**	**60**	**90**	**120**
čas [h]	**9**	**6**	**4,5**	**3**	**2,25**

cesta je dlouhá 270 km ($s = v \cdot t$), z toho zjistíme jednotlivé časy ($t = s : v$)

270 : 30 **= 9**, 270 : 45 **= 6**, 270 : 60 **= 4,5**, 270 : 120 **= 2,25**

3.2 $t = 2{,}5$ hodiny, $v = s : t$, $v = 270 : 2{,}5$, $v =$ **108 km/h**

3.3 na základě toho, jak jsme vyplňovali tabulku v 3.1 (270 jsme dělili průměrnou rychlostí) a znalostí obecné rovnice nepřímé úměrnosti: $\boldsymbol{y = \dfrac{270}{x}}$

4.

tým A .... 17 soutěžících .... průměrně 24 bodů .... celkem 17 · 24 = 408 bodů

tým B .... 18 soutěžících .... průměrně ? bodů .... celkem 450 bodů .... 450 : 18 = **25 bodů**

tým C .... 15 soutěžících .... průměrně ? bodů .... celkem 1 248 – 450 – 408 = **390 bodů**,

tým C má průměrně na soutěžícího 390 bodů : 15 = **26 bodů … nejlepší tým** v průměru na 1 soutěžícího

5. Pět dětí průměrně našetřilo 120 korun .... celkem našetřily 120 Kč · 5 = 600 Kč

Jana ..... 148 Kč, Tomáš ..... 85 Kč, Dana ..... 127 Kč, Marek ...... 154 Kč

Petra ... 600 Kč – 148 Kč – 85 Kč – 127 Kč – 154 Kč = **86 Kč → A)**

6. 1. skupina: 8, 9, 7, 11, 4, 12, 10, 3

$(8 + 9 + 7 + 11 + 4 + 12 + 10 + 3) : 8 = 8$

2. skupina: 15, 4, 17, 2, 7

$(15 + 4 + 17 + 2 + 7) : 5 = 9$

6.1 1. skupina čísel má aritmetický průměr větší než 2. skupina čísel **NE**

6.2 Průměr čísel 2. skupiny je 9. **ANO**

6.3 Průměr čísel obou skupin je 8. **NE**

7. Jestliže má za 5 dnů ušít průměrně 12 košil, má jich ušít celkem 60.

7.1 Z grafu je vidět, že jich ušila 12 + 10 + 9 + 5 + 14 = 50, zbývá jich tedy ušít **10 košil**. → **B)**

7.2 Za pracovní dny stihla ušít 50 košil, což je $= \dfrac{50}{60}$ *zakázky* $= \dfrac{5}{6}$ *zakázky* → **C)**

8. Použil 75 % ze 400 kostek = 300 kostek

kruhovou podstavu mají válce a kužely, z grafu vidíme, že jich je 21 % + 6 % = 27 %

27 % ze 300 = 27 · 3 = **81 → C)**

9. 5 figurek .... 1 hod 15 minut → 1 figurka .... 15 minut

na základě tohoto údaje vyplníme tabulku:

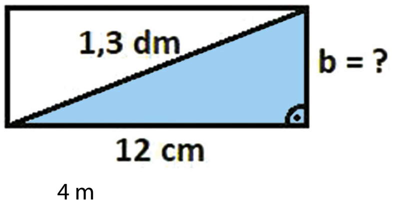
počet figurek	5	11	14	15	18	21
doba tisku	1 h 15 min	2 h 45 min	3,5 h	3 h 45 min	4,5 h	5 h 15 min

2 h 45 min = 165 min, 165 : 15 = 11; 3,5 h = 210 min, 210 : 15 = 14

15 · 15 min = 225 min = 3 h 45 min; 18 · 15 min = 270 min = 4,5 h; 21 · 15 min = 315 min = 5 h 15 min

8. PRAVOÚHLÝ TROJÚHELNÍK

1.



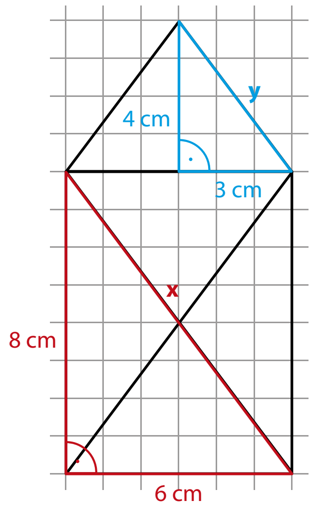
$b^2 = 13^2 - 12^2$ S = a . b

$b^2 = 169 - 144$ S = 12 . 5

$b^2 = 25$ **S = 60 cm² → C)**

b = 5 cm

2.



vypočítáme délky přepon v červeném a modrém pravoúhlém trojúhelníku:

$y^2 = 3^2 + 4^2$ $x^2 = 6^2 + 8^2$

$y^2 = 9 + 16$ $x^2 = 36 + 64$

$y^2 = 25$ $x^2 = 100$

y = 5 cm x = 10 cm

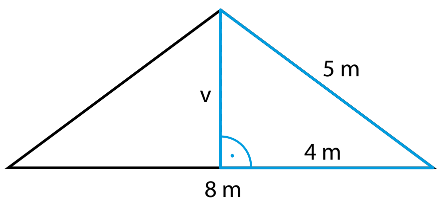
délka čáry: 6 + 10 + 6 +10 + 8 + 5 + 5 + 8 = **58 cm**

3. poměr stran 4 : 3 : 5, nejkratší strana měří 6 cm … 3 díly je 6 cm,
1 díl je 6 cm : 3 = 2 cm, 4 díly jsou 4 . 2 cm = 8 cm, 5 dílů je 5 . 2 cm = 10 cm …
nejdelší strana měří 1 dm → **ANO**

$6^2 + 8^2 = 10^2$? … 36 + 64 = 100 → **ANO**, trojúhelník je pravoúhlý

S = 6 . 8 : 2 … S = 48 : 2 … S = 24 cm² → **NE**

4.



výšku štítu vypočítáme pomocí Pythagorovy věty:

$v^2 = 5^2 - 4^2$ obsah štítu:

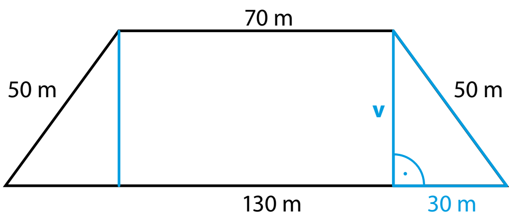
$v^2 = 25 - 16$ S = 8 . 3 : 2

$v^2 = 9$ S = 12 cm²

v = 3 cm výška štítu

cena nátěru … 12 . 160 = 1 920 Kč … **2 000 Kč bude babičce stačit**

5.



musíme vypočítat výšku lichoběžníku:

$v^2 = 50^2 - 30^2$

$v^2 = 2\,500 - 900$

$v^2 = 1\,600$

$v = 40$ m

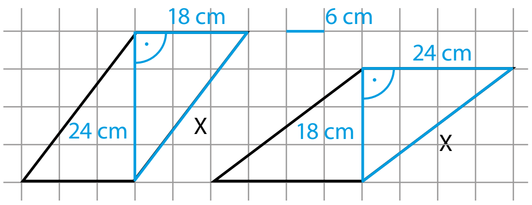
$S = (130 + 70) \,.\, 40 : 2$

$S = 200 \,.\, 40 : 2$

$S = 8\,000 : 2$

$S = 4\,000$ m^2 = **40 a → C)**

6.



$x^2 = 24^2 + 18^2$

$x^2 = 576 + 324$

$x^2 = 900$

$x = 30$ cm

$o = 2 \,.\, 18 + 2 \,.\, 30$

$o = 36 + 60$

$o = 96$ cm

$S = 18 \,.\, 24$

$S = 432$ cm^2

$o = 2 \,.\, 24 + 2 \,.\, 30$

$o = 48 + 60$

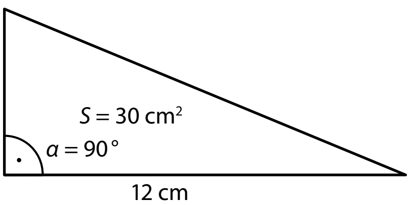
$o = 108$ cm

$S = 24 \,.\, 18$

$S = 432$ cm^2

6.1	Oba rovnoběžníky mají shodný obsah.	**ANO**
6.2	Rovnoběžník vlevo má obvod 96 cm.	**ANO**
6.3	Rovnoběžník vpravo má obvod o 36 cm delší než levý rovnoběžník.	**NE**

7.



$a = 2 \,.\, 30 : 12$

a = 5 cm … 2. odvěsna → A)

$c^2 = 12^2 + 5^2$

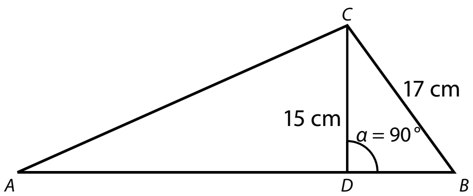
$c^2 = 144 + 25$

c = **13 cm … přepona → C) obvod**

$o = 5 + 12 + 13$

o = **30 cm → E)**

8.



nejdříve vypočítáme délku úsečky DB:

$|DB|^2 = 17^2 - 15^2$

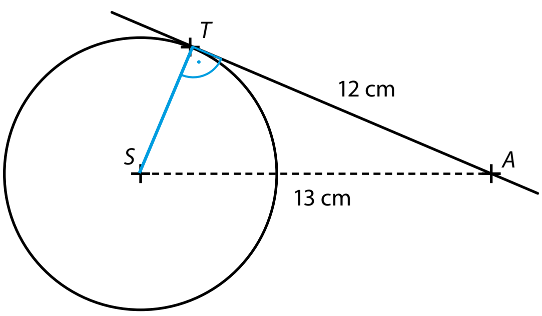
$|DB|^2 = 289 - 225$

$|DB|^2 = 64$

$|DB| = 8$ cm … 1 díl

délka úsečky AB odpovídá čtyřem dílům … 4 . 8 cm = **32 cm → C)**

9.



poloměr kružnice vypočítáme pomocí pravoúhlého trojúhelníku SAT:

$|ST|^2 = 13^2 - 12^2$

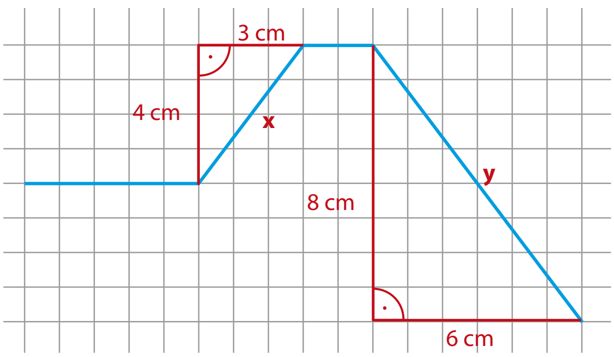
$|ST|^2 = 169 - 144$

$|ST|^2 = 25$

|ST| = **5 cm … poloměr kružnice**

délku kružnice vypočítáme podle vzorce
$o = 2\pi r$ … $o = 2 \,.\, 3{,}14 \,.\, 5$ … **o = 31,4 cm**

10.



pomocí červených pravoúhlých trojúhelníků vypočítáme délky úseků x a y:

$x^2 = 4^2 + 3^2$

$x^2 = 16 + 9$

$x^2 = 25$

$x = 5$ cm

$y^2 = 8^2 + 6^2$

$y^2 = 64 + 36$

$y^2 = 100$

$y = 10$ cm

délka klikaté čáry … 5 + 5 + 2 + 10 = **22 cm**

9. ÚHLY

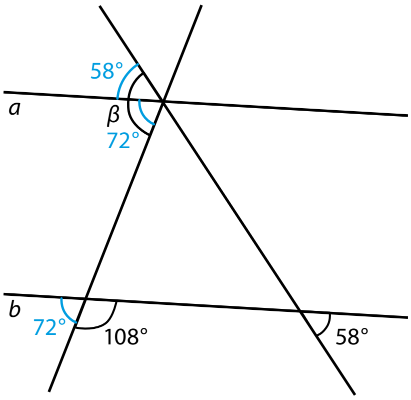
1. přímý úhel je úhel o velikosti 180°, jeho čtvrtina je 45°,

úhel 2 627´ převedeme 2 627´: 60´= 43°47´ ……… 45°+ 43°47´= **88°47´ → A)**

227

47

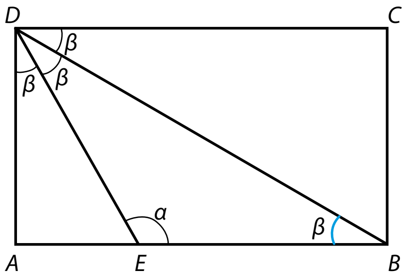
2.



„horní část" úhlu β má velikost 58° (je se zadaným úhlem 58° střídavý), vedlejší úhel k úhlu o velikosti 108° má velikost 72° a k němu je souhlasný úhel tvořící „dolní část" úhlu β.

velikost úhlu β je rovna součtu velikosti úhlů 58° a 72°: **β = 130° → D)**

3.

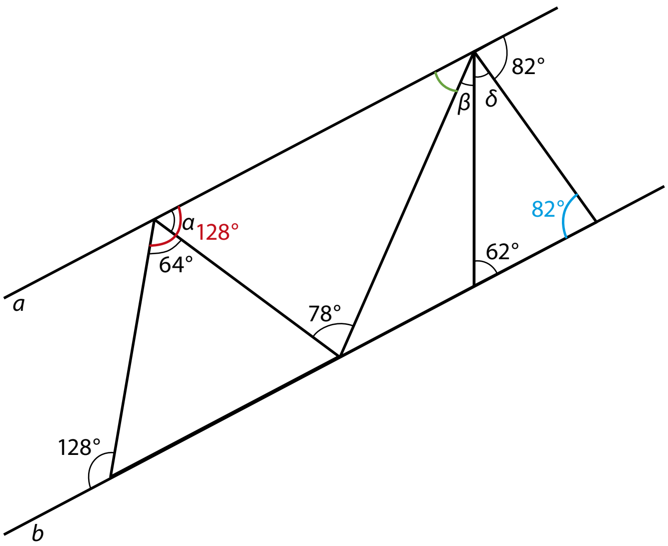


úhel ADC má velikost 90° → β = 30°, úhel EBD je střídavý s úhlem BDC, jeho velikost je také 30°; dva vnitřní úhly trojúhelníku EBD jsou shodné, proto je tento trojúhelník rovnoramenný, velikost úhlu α:

α = 180° – 2 . 30°, α = 120°

3.1	Trojúhelník EBD je tupoúhlý a rovnoramenný.	**NE**
3.2	4 . 30° = 120°	**ANO**
3.3	120° : 2 = 60°	**ANO**

4.



červený úhel je střídavý a tedy stejně velký jako zadaný úhel 128°, °součet úhlu α a zadaného úhlu 64° je 128°, proto α = 64°

modrý úhel je také střídavý se zadaným úhlem 82°, spolu se zadaným úhlem 62° a úhlem δ dávají součet 180° (trojúhelník), proto δ = 180° – 82° – 62°

δ = 36°

zelený úhel se zadaným úhlem 78° a s úhlem α dávají 180°, proto má tento zelený úhel velikost 180° – 78° – 64° = 38°

zelený úhel s úhlem β tvoří úhel o velikosti 62° (je střídavý se zadaným úhlem 62°), proto β = 62° – 38°

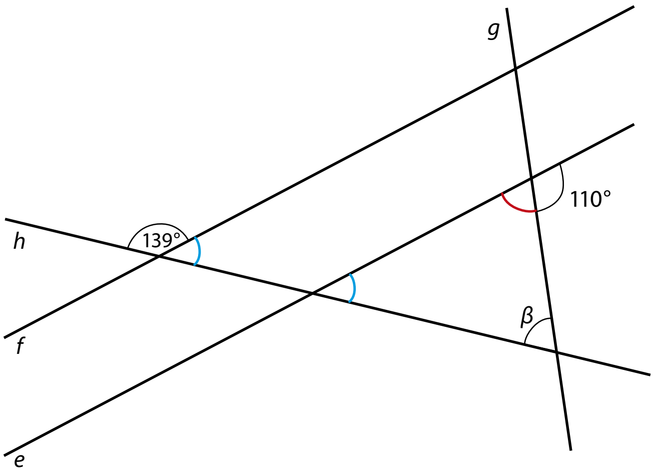
β = 24°

4.1 Úhel **α má velikost 64° → F)**

4.2 Úhel **β má velikost 24° → A)**

4.3 Úhel **δ má velikost 36° → D)**

5.



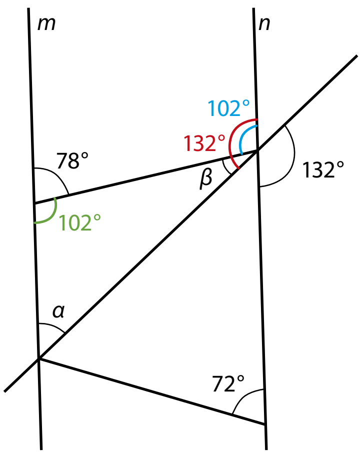
levý modrý úhel je vedlejší se zadaným úhlem 139°, proto má velikost 180° – 139° = 41°, modré úhly mají stejnou velikost (jsou souhlasné),

červený úhel je vedlejší se zadaným úhlem 110°, proto má velikost 180° – 110° = 70°,

součet úhlu β, červeného a modrého úhlu je 180°, proto β = 180° – 41° – 70°

β = 69°

6.



červený úhel je vrcholový úhel k zadanému úhlu 132°, zelený úhel je vedlejší se zadaným úhlem 78°, proto má velikost 180° – 78° = 102°,

modrý a zelený úhel jsou střídavé, oba mají velikost 102°, úhel β je rozdílem červeného a modrého úhlu:

β = 132° – 102°

β = 30°

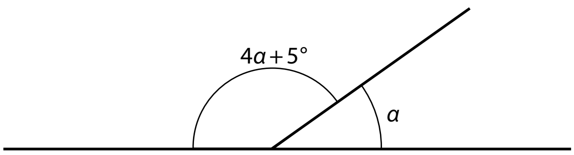
úhel α je vnitřní úhel trojúhelníka s dalšími vnitřními úhly 102° a 30°, proto α = 180° – 102° – 30°

α = 48°

6.1 součet úhlů α a β   48° + 30° = **78°**

6.2 rozdíl úhlů α a β   48° – 30° = **18°**

7.



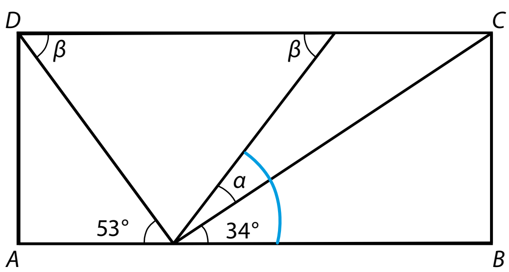
z obrázku je vidět, že 4α + 5° + α = 180°

5 α = 180° – 5°

5 α = 175°

α = 35° → **D)**

8.



úhel β s vrcholem D je střídavý se zadaným úhlem 53°,

úhel β má velikost 53°

úhel β vpravo je střídavý s modrým úhlem, proto velikost úhlu α je rovna rozdílu modrého úhlu (53°) a zadaného úhlu 34°

α = 53° – 34°

α = 19° → **3 . α** = 3 . 19° = **57°**

10. JEDNOTKY

1. Ve všech příkladech musíme všechny údaje převést na stejné jednotky, nejlépe ty za rámečkem:

1.1 $5 \cdot \boxed{}\ \text{cm} + 1{,}4\ \text{dm} = 2\ \text{m}$ 1,4 dm = 14 cm, 2 m = 200 cm

$5 \cdot x + 14 = 200$

$5 \cdot x = 186$

$\mathbf{x = 37{,}2}$

1.2 $3{,}2\ \text{dm}^2 + 185\ \text{cm}^2 = 500\ \text{mm}^2 + \boxed{}\ \text{m}^2$ $3{,}2\ \text{dm}^2 = 0{,}032\ \text{m}^2$, $185\ \text{cm}^2 = 0{,}0185\ \text{m}^2$, $500\ \text{mm}^2 = 0{,}0005\ \text{m}^2$

$0{,}032 + 0{,}0185 = 0{,}0005 + x$

$0{,}0505 = 0{,}0005 + x$

$\mathbf{x = 0{,}05}$

1.3 $0{,}085\ \text{hl} + 1{,}7\ \text{dm}^3 = 0{,}011\ \text{m}^3 - \boxed{}\ \text{cm}^3$ $0{,}085\ \text{hl} = 8\,500\ \text{cm}^3$, $1{,}7\ \text{dm}^3 = 1\,700\ \text{cm}^3$, $0{,}011\ \text{m}^3 = 11\,000\ \text{cm}^3$

$8\,500 + 1\,700 = 11\,000 - x$

$10\,200 = 11\,000 - x$

$\mathbf{x = 800}$

2. Objem každé nádoby … 1,5 l = 1,5 dm^3

2.1 1. nádoba … 3/5 z 1,5 dm^3 = **0,9 dm^3** → **D)**

2.2 2. nádoba … 1,5 dm^3 – 0,3 dm^3 = **1,2 dm^3** → **F)**

2.3 3. nádoba … odlito 7/10 z 1,5 dm^3 = 1,05 dm^3 … 1,5 dm^3 – 1,05 dm^3 = **0,45 dm^3** → **C)**

3. 2,4 m^2 = 240 dm^2, 800 cm^2 = 8 dm^2

240 : 8 = **30 krát**

4. 42,9 dm = 4 29 cm, 4 358 mm = 435,8 cm

435,8 cm – 429 cm = 6,8 cm … **o 6,8 cm**

5. 1 h 38 min = 98 min, 47 min

98 min + 47 min = **145 min** → **B)**

6.

6.1 Jestliže mají žáci 4 vyučovací hodiny, trvá jejich vyučování 3 hodiny a 40 minut.
45 min + 10 min + 45 min + 20 min + 45 min + 10 min + 45 min = 220 min = 3 h 40 min **ANO**

6.2 Milan má odejít ze školy 15 minut před koncem 5. vyučovací hodiny. Odejde tedy ve 12.25 hod.
45 min + 10 min + 45 min + 20 min + 45 min + 10 min + 45 min + 10 min + 30 min = 260 min =
= 4 h 20 min … 8:00 hod – 12:20 hod **NE**

6.3 V 10.35 hod zbývá do konce šestihodinového vyučování 175 minut.
10 min + 10 min + 45 min + 10 min + 45 min + 10 min + 45 min = 175 min **ANO**

7. 2 hl = 200 dm^3, 0,5 dm^3 … 200 : 0,5 = 2 000 : 5 = **400 krát**

8. Kolik mililitrů je šestina z 0,24 hl, 0,24 hl = 24 000 ml

1/6 z 24 000 ml = 24 000 ml : 6 = **4 000 ml**

9. Zemědělec má polnosti o výměře 32 hektarů. Na 2 250 arech pěstuje brambory, na 65 000 m^2 má vysázenou kukuřici, na čtvrtině hektaru zasázel řepu. Kolik arů nemá ještě využito?

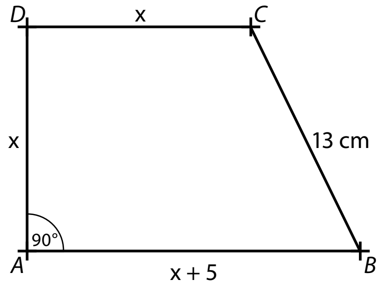
polnosti .... 32 ha = 3 200 a

brambory .... 2 250 a, kukuřice ..... 65 000 m^2 = 650 a, řepa ..... ¼ ha = 25 a

nevyužito .... 3 200 a – 2 250 a – 650 a – 25 a = **275 a**

11. ROVINNÉ ÚTVARY

1. Je-li obvod 54 cm, potom x + 5 + 13 + x + x = 54



1.1 3x = 54 – 5 – 13

3x = 36

x = 12 cm … **|AB| = 17 cm**

1.2 S = (17 + 12) . 12 : 2

S = 29 . 12 : 2

S = **174 cm²**

2. o = 92 cm, 1. strana … x – 4, 2. strana … x

x + x – 4 = 46 (polovina obvodu)

2x = 46 + 4

2x = 50

x = 25 cm … délka 2. strany, 1. strana … 21 cm

S = 25 . 21

S = 525 cm²

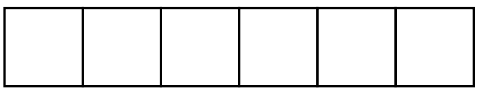
3. S = 2,25 dm^2 = 225 cm^2 → a = 15 cm … zmenšíme na 13 cm → S = 169 cm^2

zmenšení o … 225 cm^2 – 169 cm^2 = **56 cm²**

4. S = 225 cm^2 … a = 15 cm   o = 20 cm … a = 5 cm

15 cm : 5 cm = **3 krát**

5.



S = 294 cm^2 … obsah jednoho čtverce 294 cm^2 : 6 = 49 cm^2 ,

délka strany čtverce … 7 cm

délka jedné strany obdélníka je 6 . 7 cm = **42 cm**, délka druhé strany je **7 cm**

6. Čtverec a kosočtverec mají stejný obvod, a to 22 cm. Jejich obsahy se však liší. Obsah kosočtverce je o dvě pětiny menší než obsah čtverce.

čtverec … o = 22 cm

a = 5,5 cm

S = 30,25 cm²

kosočtverec … o = 22 cm

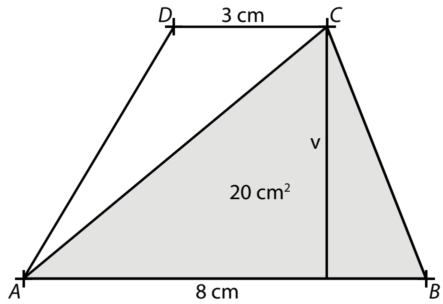
a = 5,5 cm

S o 2/5 menší než 30,25 … S = $\frac{3}{5}$ z 30,25

S = 18,15 cm^2 → v = 18,15 : 5,5

v = 3,3 cm

7. Lichoběžník ABCD má základny dlouhé 8 cm a 3 cm.
Trojúhelník ABC má obsah 20 cm^2. Základny … 8 cm, 3 cm,
trojúhelník ABC … S = 20 cm^2 … vypočítáme jeho výšku:

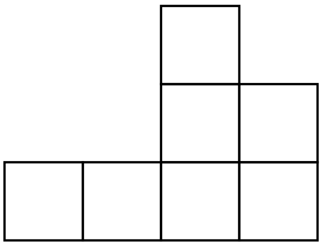


$8 . v = 40$ (na základě vzorce $S = a . v_a : 2$)

$v = 5$ cm

$S = \frac{(8 + 3) . 5}{2} \rightarrow S = \frac{11 . 5}{2} \rightarrow S = 55 : 2 =$ **27,5 cm²**

8.



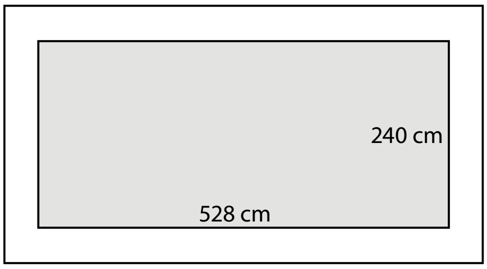
S = 448 cm^2 → obsah jednoho čtverce … 448 cm^2 : 7 = 64 cm^2

délka strany čtverce … 8 cm

o = 14 . 8 cm

o = 112 cm

9.



největší možný rozměr dlaždice:

528 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 11

240 = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 . 5

D(528, 240) = 2 . 2 . 2 . 2 . 3 = **48 cm**

dlaždic: 4 do rohu, na delších stranách po 11, na kratších po 5

4 + 22 + 10 = **36 dlaždic**

obsah jedné dlaždice … 48 . 48 = 2 304 cm^2 →
→ obsah všech 36 . 2304 cm^2 = 82 944 cm^2 = 8,2944 m^2,
po zaokrouhlení **8 m²**

10. délka kružnice … 62,8 cm → d = 62,8 : 3,14 (podle vzorce o = π.d)

d = 20 cm → **r = 10 cm … poloměr kružnice k**

obsah malého kruhu … $S = \pi . r^2$

S = 3,14 . 25

S = 78,5 cm²

obsah velkého kruhu … S = 3,14 . 100

S = 314 cm^2

obsah světle šedé plochy: S = 314 – 78,5

S = 235,5 cm²

11. obsah jednoho kruhu je 314 cm^2 → r^2 = 314 : 3,14

r^2 = 100 → **r = 10 cm**

obdélník má rozměry 60 a 20 cm → o = 2 . (60 + 20)

o = 160 cm

obdélník … S = 60 . 20

S = 1 200 cm^2

tři kruhy … S = 3 . 314

S = 942 cm^2

rozdíl … 1 200 cm^2 – 942 cm^2 = **258 cm²**

12. čtverec v nášivce … S = 36 cm^2 → strana čtverce v nášivce … 6 cm, je to zároveň i průměr dvou půlkruhů, které tvoří celý kruh, jehož obsah … S = 3,14 . 9 (poloměr na druhou)

S = 28,26 cm^2

obsah celé nášivky … 36 + 28,26 = **64,26 cm²**

na olemování bude potřeba: 2 krát strana čtverce a obvod kruhu

o = 2 . 3,14 . 3

o = 18,84 cm → 18,84 cm + 2 . 6 cm = **30,84 cm**

13. průměr kola 70 cm → obvod o = 3,14 . 70

o = 219,8 cm

otočí se 5 000 krát → 219,8 cm . 5 000 = 1 099 000 cm = 10,99 km … zaokrouhlíme na **11 km**

za kolik minut urazí 11 km při rychlosti 15 km/h:

$t = \frac{11}{15} = \frac{44}{60}$ *hodiny* … **za 44 minut**

12. TĚLESA

1. nádrž – válec: průměr podstavy … 4 m → r = 2 m

výška … 2 m

naplněna do dvou pětin → výška vody v ní … v = 0,8 m

objem: $V = \pi . r^2 . v$

$V = 3{,}14 . 4 . 0{,}8$

$V = 10{,}048\ m^3$ = **100,48 hl vody → A)**

2. součet délek všech hran … 104 cm → součet hran a + b + c = 26 cm (každá je v součtu 4 krát)

26 cm rozdělíme v poměru 3 : 4 : 6 … 13 dílů je 26 cm, 1 díl je 2 cm:

a = 3 . 2 cm = **6 cm**

b = 4 . 2 cm = **8 cm**

c = 6 . 2 cm = **12 cm**

povrch S = 2 . (6 . 8 + 6 . 12 + 8 . 12)

S = 2 . (48 + 72 + 96)

S = 2 . 216

S = 432 cm²

objem V = 6 . 8 . 12

V = 576 cm³

3. odvěsny pravoúhlého trojúhelníka v podstavě … 5 cm a 12 cm … přepona … $c^2 = 5^2 + 12^2$

$c^2 = 25 + 144$

$c^2 = 169$ → c = 13 cm

obvod podstavy … 5cm + 12 cm + 13 cm = **30 cm … výška hranolu → A)**

součet všech hran hranolu … 30 cm + 30 cm + 3 . 30 cm = **150 cm → C)**

obsah pláště … S = 30 . 30

S = 900 cm² → E)

povrch hranolu … obsah pláště + obsah obou podstav: S = 900 + 2 . 5 . 12 : 2

S = 900 + 60

S = 960 cm² → F)

4. Při výpadku dodávky pitné vody přistavila vodárna na ulici cisternu s pitnou vodou. Cisterna má tvar válce s průměrem 2 metry a délkou 5 metrů. Každý si může odnést 2 dvacetilitrové kanystry vody.

Objem cisterny … $V = \pi . r^2 . v$ (průměr 2 m → r = 1 m, v = 5 m)

$V = 3{,}14 . 1 . 5$

$V = 15{,}7\ m^3$ = 15 700 l

každý může odnést … 2 . 20 l = 40 l

kolik zájemců … 15 700 : 40 = 392,5 … **více než 390 → E)**

5. čtyřboký hranol … a = 3 cm, b = 4 cm, v = 4 cm

povrch … S = 2 . (3 . 4 + 3 . 4 + 4 . 4)

S = 2 . (12 + 12 + 16)

S = 2 . 40

S = 80 cm²

objem … V = 3 . 4 . 4

V = 48 cm³

součet hran … 4 . 3 + 4 . 4 + 4 . 4 = 12 + 16 + 16 = **44 cm**

trojboký hranol … a = 3 cm, b = 4 cm, v = 6 cm

třetí podstavná hrana: $c^2 = 3^2 + 4^2$ (pravoúhlý Δ)

$c^2 = 9 + 16$

$c^2 = 25 \rightarrow c = 5$ cm

S = 3 . 4 + (3 + 4 + 5) . 6

S = 12 + 12 . 6

S = **84 cm²**

V = 3 . 4 : 2 . 6

V = 36 cm³ … $\frac{1}{3}$ z 36 cm³ = 12 cm³

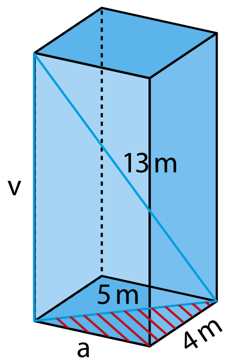
2 . 12 + 3 . 6 = 24 + 18 = **42 cm**

5.1 Povrch čtyřbokého hranolu je o 4 cm² větší než povrch trojbokého hranolu. **NE**

5.2 Objem pravidelného čtyřbokého hranolu je o třetinu větší než objem trojbokého hranolu. **ANO**

5.3 Součet délek všech hran obou hranolů je 86 cm. **ANO**

6.



čtyřboký hran

hloubka nádrže … $v^2 = 13^2 - 5^2$ (ze zeleného pravoúhleho Δ)

$v^2 = 169 - 25$

$v^2 = 144$

v = 12 m

obsah podstavy … nejdříve vypočítáme délku podstavné hrany a (z červeného Δ v podstavě)

$a^2 = 5^2 - 4^2$

$a^2 = 25 - 16$

$a^2 = 9 \rightarrow a = 3$ m … S = 3 . 4

S = 12 m²

hloubka vody dvě třetiny hloubky nádrže… 8 m → V = 3 . 4 . 8

V = 96 m³ = **960 hl vody**

7. obvod podstavy … 64 cm → délka podstavné hrany 64 cm : 4 = 16 cm,

výška je o tři osminy kratší → 5/8 ze 16 cm … **v = 10 cm**

objem … V = 16 . 16 . 10

V = 2 560 cm³

8. Je dán kvádr o rozměrech 5 cm, 8 cm a 12 cm a pravidelný čtyřboký hranol, který má délku podstavné hrany 6 cm. Jakou výšku musí hranol mít, aby měl objem o 20 % větší než zadaný kvádr?

Objem kvádru … V = 5 . 8 . 12

V = 480 cm³ … o 20 % větší … 1,2 . 480 = 576 cm³ … takový objem by měl mít hranol

obsah podstavy hranolu … 6 . 6 = 36 cm² → výšku hranolu vypočítáme tak, že jeho objem vydělíme obsahem jeho podstavy: v = 576 : 36

v = 16 cm → A)

9. bazén – válec: průměr dna … 4 m → r = 2 m, hloubka vody … 1 m

obsah dna … $S = \pi.r^2$

$S = 3{,}14 . 4$

S = **12,56 m²**

plocha čištění … plášť válce + obsah dna

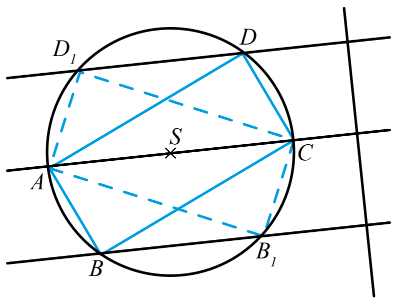
$S = 2.\pi.r.v + \pi.r^2$

$S = 4 . 3{,}14 + 12{,}56$

S = 12,56 + 12,56 = **25,12 m²**

13. KONSTRUKČNÍ ÚLOHY

1.



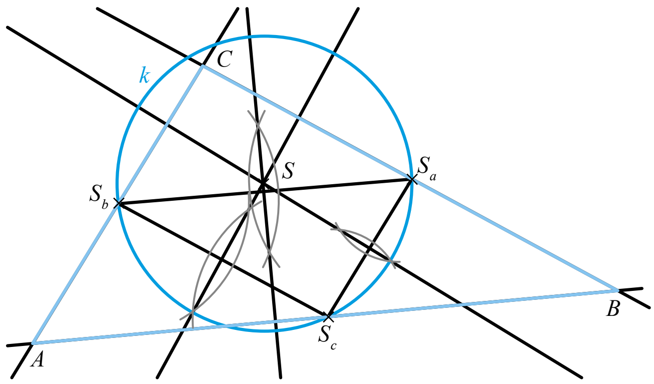
hledáme bod B, u kterého leží pravý úhel a jeho vzdálenost od přímky AC je 2 cm, narýsujeme:

- Thaletovu kružnici nad AC
- rovnoběžku ve vzdálenosti 2 cm

pozn.: pokud narýsujeme celou Thaletovu kružnici i druhou rovnoběžku, získáme i bod D

úloha má dvě řešení

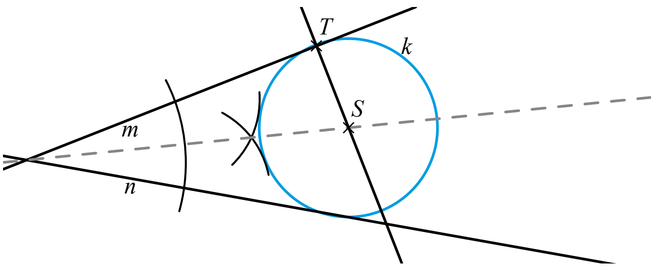
2.



úsečky S_aS_b, S_bS_c a S_aS_c jsou vlastně střední příčky hledaného ΔABC, které jsou rovnoběžné se stranami ΔABC – toho využijeme při konstrukci

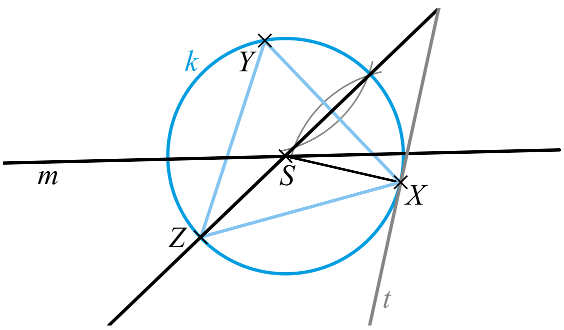
střed kružnice, která prochází body S_a, S_b a S_c leží na průsečíků os stran Δ $S_aS_bS_c$

3.



střed hledané kružnice leží na průsečíku osy úhlu ohraničeného přímkami m a n a kolmice vedené z bodu T (tečna je kolmá na poloměr),
její poloměr je roven velikosti úsečky ST

4.

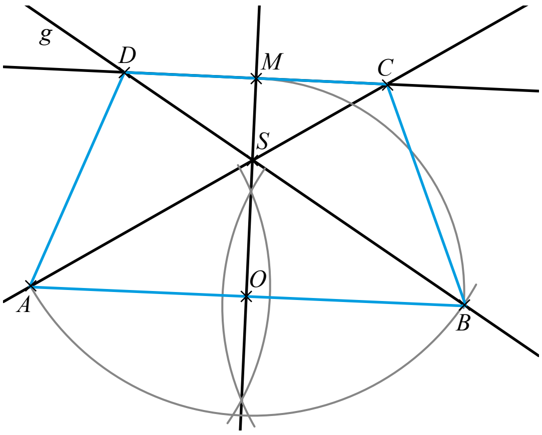


střed hledané kružnice leží na přímce m a zároveň na ose úsečky XY (hledáme všechny body, které mají od obou bodů X a Y stejnou vzdálenost)

pokud má být ΔXYZ rovnoramenný, musí vrchol Z ležet na ose úsečky XY

tečnu v bodě X narýsujeme jako kolmici k úsečce SX (poloměr kružnice)

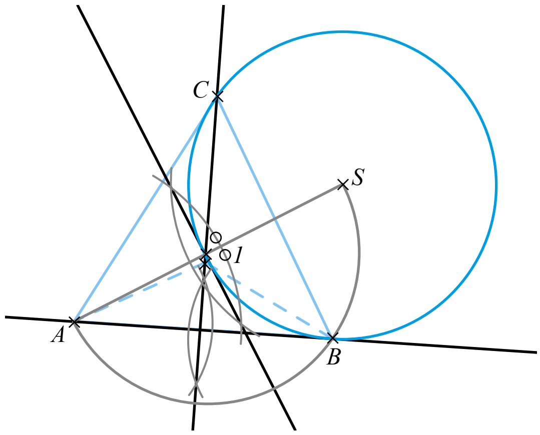
5.



jako první najdeme pomocí kružnice se středem v bodě S a poloměrem |SA| bod B, který má od bodu S stejnou vzdálenost jako bod A (plyne to z vlastnosti rovnoramenného lichoběžníku) a leží na přímce g

najdeme střed O strany AB, pak vedeme rovnoběžku se stranou AB ve vzdálenosti |AO| nebo |OB|, získáme tak hledané body C a D na přímkách g a AS

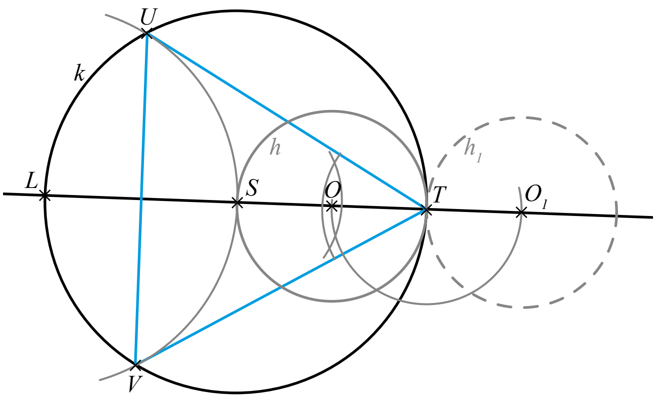
6.



najdeme bod B – bod dotyku kružnice k a tečny AB k této kružnici, abychom dodrželi kolmost k poloměru, najdeme ho pomocí Thaletovy kružnice;

bod C leží na kružnici k a musí mít od bodů A a B stejnou vzdálenost (rovnoramenný Δ), proto narýsujeme osu úsečky AB, osa protne kružnici k ve dvou bodech
→ úloha má dvě řešení

7.



aby se hledaná kružnice dotýkala kružnice k v bodě T, musí ležet její střed na přímce ST; najdeme střed úsečky ST, abychom získali velikost poloměru hledané kružnice; hledaná kružnice může mít se zadanou kružnicí vnitřní i vnější dotyk (2 řešení), její střed leží na přímce ST vlevo i vpravo od bodu T, ve vzdálenosti rovné poloměru hledané kružnice; vrcholy U a V ΔVTU najdeme na kružnici se středem v bodě L (průsečík přímky ST a kružnice k) a poloměrem kružnice k

14. NESTANDARDNÍ APLIKAČNÍ ÚLOHY

1. z číslic 1, 3, 4, 5, 8 máme sestavovat dvojciferná čísla tak, aby se v nich žádná číslice neopakovala:

čísla s první cifrou 1 jsou 4, podobně to je i s dalšími číslicemi → možných číslic na prvním místě je 5, proto 5 . 4 možnosti … **můžeme sestavit 20 různých čísel**

kolik z nich bude sudých … na konci 4 (4 možnosti) nebo 8 (4 možnosti) … **8 sudých čísel**

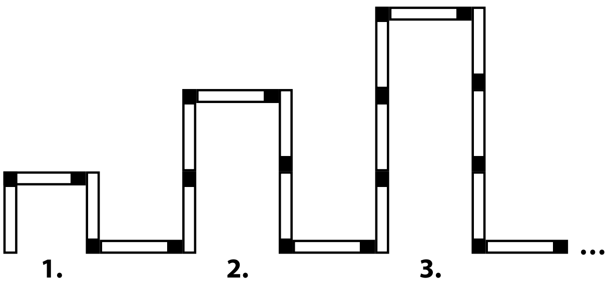
2. □**ΔΔΔ○⌂□**ΔΔΔ○⌂□**ΔΔΔ○⌂ … rozdělíme si řadu na shodné skupiny po osmi symbolech, těchto skupin je do 100 dvanáct (100 : 8 = 12 zbytek 4)

2.1 Kolikrát se v jeho řadě objevuje symbol Δ?
V každé skupině se symbol Δ objevuje 3 krát, skupin je 12 a ve „zbytkové skupině" je symbol Δ jednou: 3 . 12 + 1 = **37 Δ**

2.2 Který symbol se nachází na 64. místě?
64 : 8 = 8 beze zbytku, proto je na tomto místě poslední symbol skupiny, což je ⌂

2.3 Kolik symbolů * je mezi 57. a 83. symbolem?
57. symbolem začíná jedna skupina, druhá skupina začíná 65. symbolem, třetí 73. symbolem, další 81. symbol □, 82. symbol * a 83. symbol * … 3 . 2 + 2 = **8**

3.

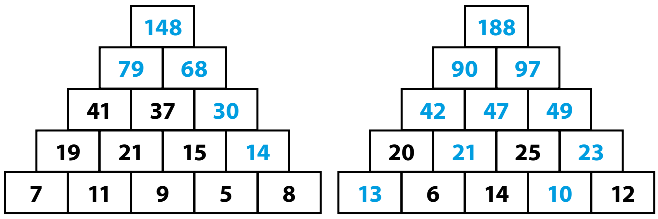


3.1 kolik zápalek potřebovaly na obrazec se sedmi celými „zatáčkami" (za 7. „zatáčku" už žádnou „spojku" neumístily) … na obrázku vidíme, že v každé další „zatáčce" přibudou 2 zápalky:
3 + 1 + 5 + 1 + 7 + 1 + 9 + 1 + 11 + 1 + 13 + 1 + 15
69 zápalek

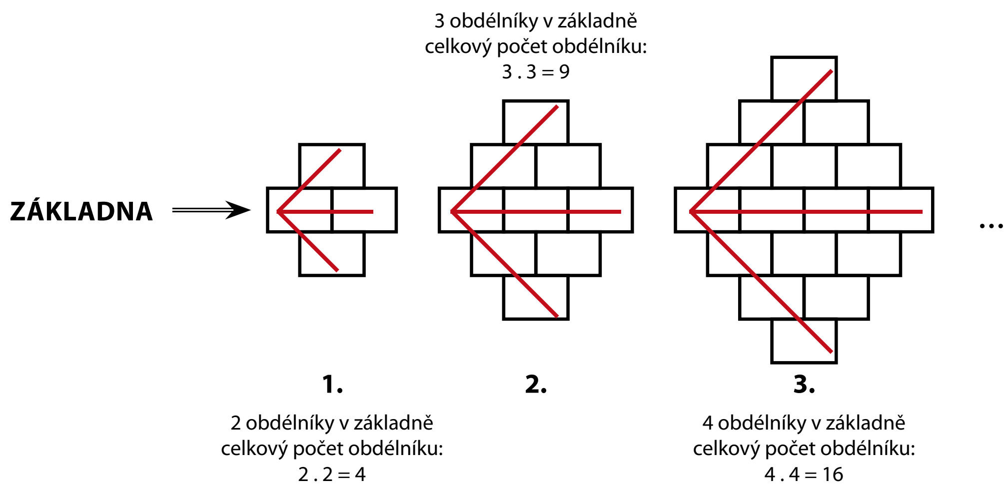
3.2 kolik „zatáček" by poskládaly ze 107 zápalek
3+1+5+1+7+1+9+1+11+1+13+1+15=69
+ 1 = 70 … + 17 = 87 … + 1 = 88 … + 19 = 107
zatáček by poskládali 9

3.3 kolik „spojek" by položily při stavbě obrazce ze 107 zápalek … spojky jsou všechny „jedničky" v předcházejících součtech … **spojek by bylo 8**

4. vždy když sečteme dvě sousední čísla a a b, dostaneme součet o jedna menší než číslo nad nimi, proto pravidlo zní … a + b + 1 … na základě tohoto pravidla doplníme celou pyramidu; ve druhé pyramidě musíme najít dvě chybějící čísla ze základny pyramidy – od horního čísla odečteme zadané dolní číslo zvětšené o 1, v dalších patrech pyramidy postupujeme stejně jako ve druhé



5.

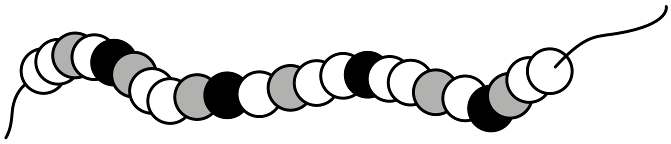


5.1 kolik obdélníků bude potřeba na sestavení 8. takového obrazce … 8. obrazec má v základně 9 obdélníků, proto na jeho sestavení bude potřeba 9 . 9 = **81 obdélníků**

5.2 z kolika obdélníků se skládá základna obrazce tvořeného 100 obdélníky … počet obdélníků v základně získáme odmocněním čísla 100, což je 10 … v základně je **10 obdélníků**

5.3 kolikátý obrazec se skládá ze 121 obdélníků … odmocníme-li číslo 121 dostaneme 11 – to je počet obdélníků v základně, obrazec je to o 1 menší … **10. obrazec**

6. korálky se vždy opakují po skupinách
po 15 korálcích (8 bílých, 4 šedé, 3 černé)



6.1 kolik černých korálků je na šňůře,
na které je navlečeno 80 korálků
80 : 15 = 5 zbytek 5 → 5 . 3 + 1 … **16 černých**

6.2 kolik bílých korálků je na šňůře, na které je navlečeno 95 korálků
95 : 15 = 6 zbytek 5 → 6 . 8 + 3 … **51 bílých**

6.3 kolik nejméně korálků musí být navlečeno, aby mezi nimi bylo právě 21 šedých korálků
21 : 4 (počet šedých korálků v jedné skupině) = 5 (počet skupin) zbytek 1 → 5 . 15 + 3 = **78 korálků**